Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig Sommersemester 2021, Blatt 12

Algebra

Abgabetermin: Donnerstag, 15.07.2021, 10:00

Aufgabe 28: Es sei G eine endliche Gruppe. Zeige die folgenden Aussagen:

(a) Ist $G/Z(G)$ zyklisch, so ist G abelsch.

(b) Ist $|G| = p^2$ für eine Primzahl p, so ist G abelsch.

Aufgabe 29:

(a) Sei L/K eine Körpererweiterung und sei $f \in K[t]$ ein Polynom ohne mehrfache Nullstelle, das in L zerfällt. Zeige, wenn die Galoisgruppe $\operatorname{Gal}(L/K)$ transitiv auf der Nullstellenmenge $Z_L(f)$ operiert, dann ist f irreduzibel in $K[t]$.

(b) Die endliche Gruppe G operiere transitiv auf der endlichen Menge Ω mit $|\Omega| \geq 2$. Zeige, es gibt ein $g \in G$ ohne Fixpunkt, d.h. $g * \omega \neq \omega$ für alle $\omega \in \Omega$ gilt.

Aufgabe 30: Sei L/K eine galoissche Körpererweiterung vom Grad $|L : K| = 2^n$ für ein $n \geq 1$ und $\operatorname{char}(K) \neq 2$. Zeige, dann ist L eine 2-Radikalerweiterung von K.

Präsenzaufgabe 17: Zeige, in einer Gruppe der Ordnung 45 sind die Sylowgruppen Normalteiler, und folgere daraus, daß die Gruppe abelsch ist.