

Algebra

Präsenzaufgabe 19: Zeige, ist G eine auflösbare Gruppe, dann besitzt G eine maximale Untergruppe, die ein Normalteiler ist, d.h. es gibt einen Normalteiler $N \trianglelefteq G$, so daß keine Untergruppe U von G mit $N \subsetneq U \subsetneq G$ gibt.

Präsenzaufgabe 20: Es sei $L = \text{ZFK}_{\mathbb{Q}}(t^3 - 3t + 1)$.

- (a) Berechne die Nullstellen von f mit der Formel von Cardano und zeige, daß alle Nullstellen reell sind.
- (b) Finde einen Erweiterungskörper M von L , so daß M/\mathbb{Q} eine Radikalerweiterung ist.
- (c) Zeige, L/\mathbb{Q} ist galoissch und $|\text{Gal}(L/\mathbb{Q})| = 3$.
- (d) Zeige, L/\mathbb{Q} ist keine Radikalerweiterung.

Präsenzaufgabe 21: Zeige, ist $K = \mathbb{Q}(\zeta_8)$ der achte Kreisteilungskörper über \mathbb{Q} und $L = \text{ZFK}_K(t^8 - 2)$ der Zerfällungskörper von $t^8 - 2$ über K , dann gilt $\text{Gal}(L/K) \cong \mathbb{Z}_4$.