Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig Sommersemester 2017, Blatt 8
Hanna Walach

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 12.06.2017, 12:00

Aufgabe 29: Es sei $(a_n)_{n\geq 1}$ eine Folge in $\mathbb{K}$ mit Grenzwert a.
Zeige, die Folge der arithmetischen Mittel von $(a_n)_{n\geq 1}$ konvergiert gegen a, d.h.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_1 + \ldots + a_n}{n} = a.$$

Gilt die Umkehrung auch? (Interpretiert zunächst einmal die Frage!)

Aufgabe 30:

(a) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, so dass $|a_{n+1} - a_n| < \frac{1}{2^n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass es sich um eine konvergente Folge handelt.

(b) Bleibt die Behauptung aus Aufgabenteil (a) korrekt, wenn wir die Bedingung $|a_{n+1} - a_n| < \frac{1}{n}$ voraussetzen? Gib einen Beweis oder ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 31:

(a) Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz. Die Berechnung der Grenzwerte im Falle der Konvergenz ist nicht erforderlich.

(1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$.

(2) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot e^{in}$.

(b) Untersuche die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}$ auf Konvergenz und berechne gegebenenfalls ihren Grenzwert.

Aufgabe 32: Zeige die folgenden Aussagen:

(a) Die Folge $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $s_n := \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ ist konvergent.

(b) Die Folge $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $t_n := (1 + \frac{1}{n})^n$ ist konvergent.

(c) Die Grenzwerte von $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ stimmen überein.

Wie nennen den Grenzwert von $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ die *Eulersche Zahl* e.