Fachbereich Mathematik | Sommersemester 2017, Blatt 13
Thomas Markwig | Hanna Walach

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 17.07.2017, 12:00

Aufgabe 49:

(a) Bestimme für die folgenden Funktionen $f : U \longrightarrow \mathbb{R}$ den Definitionsbereich U und berechne ihre Ableitung:

(1) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \arctan(x)$.

(2) $f(x) = \frac{1+\cos(x)}{1-\cos(x)}$.

(b) Berechne alle Extrema der Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{4}}$.

Aufgabe 50: Es sei $f_n : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ streng monoton wachsend und differenzierbar auf $[a, b]$ für $n \in \mathbb{N}$ und $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiere gleichmäßig gegen $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$. Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(a) $(f'_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert punktweise.

(b) f ist monoton wachsend.

(c) f ist streng monoton wachsend.

(d) f ist differenzierbar auf $\mathbb{R}$.

Aufgabe 51: Zeige, ist $s : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine zweifach differenzierbare Funktion mit $s'' = -s$, $s(0) = 0$ und $s'(0) = 1$, dann ist $s = \sin$.

Aufgabe 52:

(a) Berechne die folgenden Grenzwerte.

(1) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\exp(x)-\cos(x)-x}{4x^2+x^3}$ (2) $\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)}\right)$, $x > 1$

(b) Berechne das vierte Taylorpolynom $T^4_{f,0}$ mit Entwicklungspunkt $a = 0$ für

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : x \mapsto e^{4x^4+x}.$$

Hinweis: Mit etwas Überlegung braucht man hier keine Ableitung zu berechnen!