Universität Tübingen, FB Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2017

Hanna Wallach

Klausuraufgaben zum Testen – Analysis 1

Name *Matrikelnummer* *Summe der Punkte*

Klausurtermin:

Hinweise: Die Klausuraufgaben sind jeweils auf getrennten Blättern zu bearbeiten. *Nie zwei Aufgaben auf dem gleichen Blatt lösen!!!*
Alle nicht offensichtlichen Beweis-/Rechenschritte sind zu begründen.
Die Zahlen in Klammern am rechten Seitenrand geben die Punktzahlen an, die durch Lösen der jeweiligen Aufgabe erreichbar sind. Insgesamt sind es ?? Punkte.
Jedes Blatt ist am oberen Rand der Vorderseite wie folgt zu beschriften:

eigener Name *Matrikelnummer* *Aufgabennummer*

Aufgaben, wie sie im Abschlußtest und in der Klausur am 29.9. vorkommen können:

Aufgabe 1: (2)
Bestimme den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ mit $a_n = \frac{1+2+\ldots+n}{n^2}$.

Aufgabe 2: (2)
Untersuche, ob die Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n!)^2}{(2n)!}$ konvergiert oder divergiert.

Aufgabe 3: (2)
Berechne den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n \cdot \ln(n)} \cdot t^n$.

Aufgabe 4: Zeige, für $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ und $n \geq 1$ gilt (3)

$$\sum_{i=1}^{n} i \cdot x^{i-1} = \frac{n \cdot x^{n+1} - (n+1) \cdot x^n + 1}{(x-1)^2}.$$

Aufgabe 5: Sei $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ stetig und $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ unendlich oft differenzierbar, so daß $|f^{(n)}(x)| \leq g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und alle $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dann ist $f(x) = T_{f,0}(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. (4)

Hinweis, zu gegebenem $0 \neq x \in \mathbb{R}$ betrachte man f und g als Funktionen auf dem Intervall $\big[-|x|, |x|\big]$.

Aufgaben, wie sie in der Klausur am 29.9. vorkommen können:

Aufgabe 6: Definiere, wann eine Funktion $f : U \longrightarrow \mathbb{R}$ mit $U \subset \mathbb{R}$ stetig in einem Punkt $a \in U$ ist. (2)

Aufgabe 7: Formuliere und beweise den Zwischenwertsatz. (6)

Aufgabe 8: Beweise oder widerlege die folgende Aussage:
Der gleichmäßige Grenzwert einer Folge stetiger Funktionen ist stetig. (4)