

## Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 25.04.2022, 12:00

Aufgabe Nummer 8 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

### Aufgabe 5:

- (a) Seien  $X$  und  $Y$  Aussagen. Beweise die folgende Äquivalenz mit Hilfe einer Wahrheitstafel:

$$((X \vee Y) \wedge \neg(\neg X \wedge Y)) \vee Y \iff X \vee Y.$$

- (b) Drücke die folgende Aussage in Worten aus:

$$\forall x \in \mathbb{R} : x > 0 \implies \exists y \in \mathbb{R} : x = y^2.$$

- (c) Drücke die folgende Aussage in Symbolen aus: Ist eine Primzahl  $p$  Summe zweier Quadratzahlen, so ist die Differenz  $p - 1$  durch vier teilbar.

### Aufgabe 6:

- (a) Negiere die folgenden Aussagen:

- (1) Jedes Auto hat vier Räder.
- (2) Hin und wieder esse ich Schokoladeneis.

- (b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

- (1) Die Differenz zweier ungerader Zahlen ist stets gerade.
- (2) Das Produkt je zwei ganzer Zahlen ist stets positiv.

### Aufgabe 7:

- (a) Sei  $M$  eine Menge. Unter den folgenden sechs Aussagen sind einige nur verschiedene Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts:

$$\begin{array}{lll} (1) \{x\} \subseteq M & (2) \{x\} \in M & (3) x \in M \\ (4) \{x\} \cap M \neq \emptyset & (5) M \setminus \{x\} \neq \emptyset & (6) \{x\} \setminus M = \emptyset \end{array}$$

Finde heraus, welche das sind und begründe Deine Antwort.

- (b) Seien  $M, N, P$  Mengen mit  $M \subseteq P$  und  $N \subseteq P$ . Beweise folgende *Regel von de Morgan*:

$$P \setminus (M \cap N) = (P \setminus M) \cup (P \setminus N).$$

**Aufgabe 8:** Seien  $L, M, N$  Mengen und  $f : L \rightarrow M$ ,  $g : M \rightarrow N$  Abbildungen. Beweise oder widerlege - durch Gegenbeispiel - die folgenden Aussagen:

- (a) Ist  $g \circ f$  surjektiv, so ist  $g$  surjektiv.
- (b) Ist  $g \circ f$  surjektiv, so ist  $f$  surjektiv.