Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 9. Mai 2022, 10:00

Aufgabe Nummer 16 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 13: Zeige, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{n-k} \cdot k^2 = \binom{n+1}{2}.$$

Aufgabe 14: Sei M eine Menge und $A := \{f \mid f : \{0, 1\} \to M \text{ Abbildung}\}$.
Zeige, dass A gleichmächtig zum kartesischen Produkt $M \times M$ ist.

Aufgabe 15: Seien M und N Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung. Wir definieren folgende Relation auf M:

$$x \sim y \quad :\Longleftrightarrow \quad f(x) = f(y).$$

für $x, y \in M$.

(a) Zeige, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.

(b) Drücke die Äquivalenzklasse eines Elements $z \in M$ unter Verwendung der Notation f^{-1} für die Urbildmenge aus.

(c) Was gilt jeweils für die Äquivalenzklassen, wenn f injektiv, surjektiv oder bijektiv ist? Was gilt, wenn f konstant ist?

Aufgabe 16:

(a) Sei G_1 die Gruppe aller Drehungen im zweidimensionalen Raum, die den Nullpunkt fix lassen. Entscheide ohne Beweis, ob diese Gruppe abelsch ist.

(b) Sei G_2 die Gruppe aller Drehungen im dreidimensionalen Raum, die den Nullpunkt fix lassen. Entscheide mit kurzer Begründung, ob G_3 abelsch ist.