

## Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 25. Juli 2022, 10:00

Aufgabe 54-56 brauchen als Präsenzaufgabe nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

**Aufgabe 53:** Sei  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto e^x$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $Z_n = (0, \frac{1}{2^n}, \frac{2}{2^n}, \dots, \frac{2^{n-1}}{2^n}, 1)$  eine Zerlegung und  $\alpha^n = (\frac{1}{2^n}, \frac{2}{2^n}, \dots, \frac{2^{n-1}}{2^n}, 1)$  Zwischenpunkte. Zeige die folgenden Aussagen.

(a)  $ZS(f, Z_n, \alpha^n) = (e - 1) \cdot e^y \cdot \frac{1}{\frac{e^y - 1}{y}}$  für  $y = \frac{1}{2^n}$ .

(b)  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y - 1}{y} = 1$ .

(c) Berechne  $\int_0^1 e^x dx$  mit Hilfe der Zwischensumme aus Aufgabenteil (a).

**Aufgabe 54:** Ist  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig, so gibt es ein  $c \in (0, 1)$  mit  $\int_0^1 f(x) \cdot x^2 dx = \frac{f(c)}{3}$ .

**Aufgabe 55:** Berechne die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale:

(a)  $\int_{1\frac{1}{4}}^0 \sqrt{8x + 2} dx$ .

(d)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cdot \cos(x) dx$ .

(b)  $\int_1^2 \frac{x^4 + 2x}{x^5 + 5x^2 - 2} dx$ .

(e)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sqrt{\sin(x)}) \cdot \cos(x) dx$ .

(c)  $\int \sin(x) \cdot e^x dx$ .

(f)  $\int e^{\sqrt{x}} dx$ .

**Aufgabe 56:**

(a) Berechne mittels Partialbruchzerlegung eine Stammfunktion von

$$x \mapsto \frac{2x^5 + 7x^4 + 9x^3 + 9x^2 + 6x - 5}{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4}.$$

(b) Berechne den Wert des uneigentlichen Integrals  $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ .