Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 11.05.2026, 12:00

Aufgabe 14: Sei M ein Menge und für $A, B \subseteq M$ definieren wir die symmetrische Differenz als

$$A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

(a) Zeige, $(\mathcal{P}(M), \triangle)$ ist eine abelsche Gruppe.

(b) Ist $\mathcal{P}(M)$ mit $\triangle$ als Addition und $\cap$ als Multiplikation ein Körper? Zeige alle Axiome, die erfüllt sind. Inwiefern hängt die Antwort von der Menge M ab?

Aufgabe 15: Sei K ein Körper und $x \in K$ mit $x^2 = 1$. Zeige, dann gilt $x \in \{-1, 1\}$.

Aufgabe 16: Überprüfe für die folgenden Relationen zwischen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{N}$ jeweils, ob sie reflexiv, antisymmetrisch oder transitiv sind. Welche der Relationen ist eine Ordnungsrelation? Ist diese dann ggf. auch eine Totalordnung?

(a) $R := \left\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \;\middle|\; x \text{ teilt } y\right\}$.

(b) $R := \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid T(x) \subseteq T(y)\}$, wobei $T(n)$ die Menge der Primteiler von n ist.

Präsenzaufgabe 4: Sei K ein angeordneter Köper, $x, y \in K$ mit $0 \leq x, y$ und $0 < n \in \mathbb{N}$. Zeige, genau dann gilt $x < y$, wenn $x^n < y^n$ gilt.