

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 18.05.2026, 12:00

Aufgabe 17: Bestimme Supremum, Infimum, Maximum und Minimum (sofern sie existieren) der folgenden Mengen:

$$A = \left\{ \frac{m+n}{m \cdot n} \mid m, n \in \mathbb{N}_{>0} \right\} \subseteq \mathbb{R} \quad \text{und} \quad B = \left\{ n + \frac{(-1)^n}{n} \mid n \in \mathbb{N}_{>0} \right\} \subseteq \mathbb{R}.$$

Aufgabe 18:

(a) Zeige, für zwei natürliche Zahlen $1 \leq k \leq n$ gilt

$$k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}.$$

(b) Bestimme für die folgenden komplexen Zahlen $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $\arg z$, $|z|$, \bar{z} und z^{-1} :

$$z = i - 1, \quad z = \frac{4i}{1+i}, \quad z = \frac{(2+2i)^7}{(1-i)^3}.$$

Aufgabe 19: [Minkowski-Summe]

Sei K ein angeordneter Körper und $A, B \subseteq K$ Teilmengen, so dass $\sup(A)$ und $\sup(B)$ existieren. Wir setzen $A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$. Beweise, dass auch $\sup(A + B)$ existiert und $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$ gilt.

Präsenzaufgabe 5: Welche der folgenden Folgen $(a_n)_{n \geq 1}$ sind monoton, beschränkt, konvergent oder bestimmt divergent?

(a) $a_n = 5$

(g) $a_n = -n$

(b) $a_n = \frac{1}{(-1)^n}$

(h) $a_n = n^2 - n$

(c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$

(i) $a_n = 2^n$

(d) $a_n = \frac{3}{n}$

(j) $a_n = (-2)^n$

(e) $a_n = \frac{n}{n+1}$

(k) $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n}$ für $n \geq 1$.

(f) $a_n = \frac{n+1}{n}$

(l) $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} \cdot a_n$ für $n \geq 1$.