

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 24.10.2022, 10:00

Aufgabe Nummer 8 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 5:

- (a) Seien X und Y Aussagen. Beweise die folgende Äquivalenz mit Hilfe einer Wahrheitstafel:

$$((X \vee Y) \wedge \neg(\neg X \wedge Y)) \vee Y \iff X \vee Y.$$

- (b) Drücke die folgende Aussage in Worten aus:

$$\forall x \in \mathbb{R} : x > 1 \implies \sqrt{x} < x.$$

- (c) Drücke die folgende Aussage in Symbolen aus: Ist $2^q + 1$ eine Primzahl, dann ist q von der Form $q = 2^n$ für eine geeignete natürlich Zahl n .

Aufgabe 6:

- (a) Negiere die folgenden Aussagen:

- (1) Jedes Segelboot hat einen Mast.
- (2) Hin und wieder esse ich Schokoladeneis.

- (b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

- (1) Die Summe zweier ungerader Zahlen ist stets gerade.
- (2) Das Produkt je zwei ganzer Zahlen ist stets positiv.

Aufgabe 7:

- (a) Sei M eine Menge. Unter den folgenden sechs Aussagen sind einige nur verschiedene Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts:

$$\begin{array}{lll} (1) \{x\} \subseteq M & (2) \{x\} \in M & (3) x \in M \\ (4) \{x\} \cap M \neq \emptyset & (5) M \setminus \{x\} \neq \emptyset & (6) \{x\} \setminus M = \emptyset \end{array}$$

Finde heraus, welche das sind und begründe Deine Antwort.

- (b) Seien M, N, P Mengen mit $M \subseteq P$ und $N \subseteq P$. Beweise folgende *Regel von de Morgan*:

$$P \setminus (M \cup N) = (P \setminus M) \cap (P \setminus N).$$

Aufgabe 8: Seien L, M, N Mengen und $f : L \rightarrow M$, $g : M \rightarrow N$ Abbildungen. Beweise oder widerlege - durch Gegenbeispiel - die folgenden Aussagen:

- (a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist g injektiv.
- (b) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.