Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Umut Özcan

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 21.11.2022, 10:00

Aufgabe 24 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 21: Bestimme Supremum, Infimum, Maximum und Minimum (sofern sie existieren) der folgenden Mengen:

$$A = \left\{ \frac{m+n}{m \cdot n} \;\middle|\; m, n \in \mathbb{N}_{>0} \right\} \subseteq \mathbb{R} \quad \text{und} \quad B = \left\{ n + \frac{(-1)^n}{n} \;\middle|\; n \in \mathbb{N}_{>0} \right\} \subseteq \mathbb{R}.$$

Aufgabe 22: Beweise die folgenden Aussagen:

(a) Für zwei natürliche Zahlen $1 \leq k \leq n$ gilt

$$k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}.$$

(b) Bestimme für die folgenden komplexen Zahlen $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $\arg z$, $|z|$, $\overline{z}$ und z^{-1}:

$$z = i - 1, \quad z = \frac{4i}{1+i}, \quad z = \frac{(2+2i)^7}{(1-i)^3}.$$

Aufgabe 23: Es sei $A \subset \mathbb{R}$ eine nach oben beschränkte Teilmenge von $\mathbb{R}$, die kein Maximum besitzt. Zeige, für jedes $\delta > 0$ gibt es eine streng monoton wachsende und konvergente Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $A \cap (\sup(A) - \delta, \sup(A))$.

Aufgabe 24: Welche der folgenden Folgen $(a_n)_{n\geq 1}$ sind monoton, beschränkt, konvergent oder bestimmt divergent?

(a) $a_n = 5$

(b) $a_n = \frac{1}{(-1)^n}$

(c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$

(d) $a_n = \frac{3}{n}$

(e) $a_n = \frac{n}{n+1}$

(f) $a_n = \frac{n+1}{n}$

(g) $a_n = -n$

(h) $a_n = n^2 - n$

(i) $a_n = 2^n$

(j) $a_n = (-2)^n$

(k) $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n}$ für $n \geq 1$.

(l) $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} \cdot a_n$ für $n \geq 1$.