Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Wintersemester 2022/23, Blatt 15

Umut Özcan

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 6. Februar 2023, 10:00

Aufgabe 60 braucht als Präsenzaufgabe nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 57: Sei $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$, $a < b$. Des Weiteren existiere ein $c \in [a, b]$ mit $f(c) > 0$. Zeige, dann gilt

$$\int_a^b f(x)dx > 0.$$

Aufgabe 58: Es sei $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion und

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : y \mapsto \int_a^b f(x) \cdot \sin(y \cdot x)\ dx.$$

Zeige mit Hilfe partieller Integration $\lim\limits_{y\to\infty} g(y) = 0$ und $\lim\limits_{y\to-\infty} g(y) = 0$.

Aufgabe 59: Berechne mittels Partialbruchzerlegung eine Stammfunktion von

$$x \mapsto \frac{x^7 + 1}{x^5 + x^3}.$$

Aufgabe 60:

(a) Zeige mit Hilfe des Integralkriteriums (Satz 21.5), dass die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{-n^2}$ konvergent ist und berechne damit zugleich eine obere und eine untere Schranke für den Wert der Reihe.

(b) Untersuche, für welche $t \in \mathbb{R}$ das uneigentliche Integral $\int_0^\infty x \cdot e^{-tx}\ dx$ konvergiert und bestimme für diese den Wert des Integrals.