Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig, Jörg Zintl

Winterremester 2017, Blatt 6
Florian Johne, Hanna Walach

Analysis 2 / Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 27.11.2017, 12:00

Aufgabe 21: Zeige, für die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} \frac{x_1^3x_2 - x_1x_2^3}{x_1^2+x_2^2}, & \text{falls } (x_1,x_2)^t \neq (0,0)^t, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

existieren die beiden partiellen Ableitungen $D_1D_2f(0,0)$ und $D_2D_1f(0,0)$, stimmen aber nicht überein.

Aufgabe 22:

a. Sei $a \in \mathbb{R}^n$, $\epsilon > 0$ und $f : U_\epsilon(a) \longrightarrow \mathbb{R}^m$ eine stetig differenzierbare Abbildung mit $Df(x) = 0$ für alle $x \in U_\epsilon(a)$. Zeige, dass f konstant ist.

b. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ sei zweifach stetig differenzierbar und die Hesse-Matrix $H_f(x)$ sei positiv definit für alle $x \in \mathbb{R}^2$. Zeige, f hat höchstens einen kritischen Punkt.

Aufgabe 23:

a. Bestimme das zweite Taylor-Polynom $T^2_{f,a}$ im Entwicklungspunkt $a = (0,\pi)^t$ für

$$f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}: (x,y)^t \mapsto \cos(y)\cdot\sin(x) - 2y\cdot(x^2+\sin(x)-1).$$

b. Bestimme das sechste Taylor-Polynom $T^6_{f,a}$ im Entwicklungspunkt $a = (0,0,0)^t$ für

$$f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R},\ (x,y,z)^t \longmapsto (x+y^3)\cdot\cos\left(\frac{z}{1+y^2}\right).$$

Aufgabe 24: Bestimme alle lokalen Extrema und Sattelpunkte der Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R},\ (x,y)^t \longmapsto x^2 + xy^2 - x.$$