Fachbereich Mathematik Winterremester 2017, Blatt 7
Thomas Markwig, Jörg Zintl Florian Johne, Hanna Walach

Analysis 2 / Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 04.12.2017, 12:00

Aufgabe 25:

a. Zeige, dass die Abbildung $\varphi : \mathcal{C}([0,1],\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$ genau einen Fixpunkt besitzt, wobei $\varphi(g) : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R} : x \longmapsto \int_0^1 \frac{\cos(x\cdot g(t))}{2}\,dt$.

b. Zeige, dass die Gleichung $\cos x = x$ im Interval $[0,1]$ genau eine Lösung besitzt.

Aufgabe 26:

Zeige, wenn $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar ist, so gibt es eine injektive Funktion $g : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, für die $f \circ g$ konstant ist.

Aufgabe 27:

Es seien $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbare Funktionen mit $f'(0) \neq 0 = f(0)$. Zeige, dass die Gleichung $f(y) = x \cdot g(y)$ lokal in $(x,y)^t = (0,0)^t$ nach y aufgelöst werden kann als $y = \varphi(x)$ und bestimme die Ableitung der Funktion φ in 0.

Aufgabe 28:

Überprüfe, ob die Abbildung $f : \mathrm{Mat}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{Mat}_2(\mathbb{R}) : X \mapsto X^2$ in den folgenden Punkten lokal invertierbar ist

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$