Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig, Jörg Zintl

Wintersemester 2017, Blatt 9

Florian Johne, Hanna Walach

Analysis 2 / Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 21.12.2017, 12:00

Aufgabe 33:
Sei der folgende Fluss gegeben:

$$\varphi(t, x) = \frac{x}{\sqrt{1 - 2x^2 t}}$$

Bestimme eine Differentialgleichung, deren zugehöriger Fluss φ ist.

Aufgabe 34:
Zeige, dass durch die Abbildungsvorschrift

$$\phi(t, x, y) = \left(\frac{x}{e^t}, \frac{tx + y}{e^t} \right)$$

ein Fluss auf $\mathbb{R}^2$ definiert wird.

Aufgabe 35:
Sei $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare nicht konstante Funktion und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, sodass die Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = g(y(t))$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ erfüllt ist. Zeige, dass $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nicht periodisch ist.

Aufgabe 36:
Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ lokal Lipschitz-stetig und es gelte

$$\langle x, f(x) \rangle \leq 0$$

alle $x \in \mathbb{R}^n$ mit $\|x\| \leq R$.
Sei $u : (T_-, T_+) \to \mathbb{R}^n$ eine maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{u}(t) = f(u(t)) \text{ mit } u(0) = u_0$$

wobei $\|u_0\| \leq R$. Zeige die folgenden Aussagen:

a. $u(t) \in \overline{U_R(0)}$ für alle $t \in [0, T_+)$.

b. Wenn $T_+ < \infty$ gilt, dann ist u stetig nach T_+ fortsetzbar.

c. Wenn $T_+ < \infty$ gilt, dann ist die Fortsetzung von u in T_+ stetig differenzierbar mit $\dot{u}(T_+) = f(u(T_+))$.

d. $T_+ = \infty$.