Fachbereich Mathematik | Winterremester 2017, Blatt 10
Thomas Markwig, Jörg Zintl | Florian Johne, Hanna Walach

Analysis 2 / Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 08.01.2018, 12:00

Aufgabe 37: Berechne die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen über $\mathbb{R}$:

a. $\dot{x} = t^2 \cdot x$.

b. $\dot{x} + t \cdot x^2 = 0$.

Aufgabe 38: Sei $A : I \longrightarrow \mathrm{Mat}_n(\mathbb{R})$ stetig, I ein offenes Intervall und sei $B \in \mathrm{Gl}_n(\mathbb{R})$. Zeige, $X : I \longrightarrow \mathrm{Gl}_n(\mathbb{R})$ ist genau dann ein Fundamentalsytem von $\dot{x} = A(t) \circ x$, wenn

$$I \longrightarrow \mathrm{Gl}_n(\mathbb{R}) : t \mapsto B \circ X(t)$$

ein Fundamentalsystem von $\dot{x} = BA(t)B^{-1} \circ x$ ist.

Aufgabe 39: Gegeben seien die Abbildung $b : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto (0, 0, e^t)^t$ und die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{Gl}_3(\mathbb{R}).$$

a. Zeige, die folgende Abbildung ist ein Fundamentalsystem von $\dot{x} = Ax$

$$X : \mathbb{R} \longrightarrow \mathrm{Gl}_3(\mathbb{R}) : t \mapsto \begin{pmatrix} 0 & \cos(2t) & \sin(2t) \\ 0 & \cos(2t) + \sin(2t) & -\cos(2t) + \sin(2t) \\ e^t & \sin(2t) & -\cos(2t) \end{pmatrix}.$$

b. Löse das Anfangswertproblem $\dot{x} = Ax + b(t)$ mit $x(\pi/2) = (-1, 1, 1)^t$.

Aufgabe 40: Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{x} + \cos(t) \cdot x = \frac{\sin(2t)}{2}$$

auf dem Intervall $I = (0, \pi)$.