

Analysis 2 / Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 05.02.2018, 12:00

Aufgabe 56 ist eine Präsenzaufgabe und muss nicht abgegeben werden. Sie wird in der Übungsgruppe bearbeitet und besprochen.

Aufgabe 53: Zeige oder widerlege:

- Ist $B \subseteq \mathbb{R}^n$ eine Jordan-Nullmenge, dann ist auch der Abschluss \bar{B} eine Jordan-Nullmenge.
- Ist $B \subseteq \mathbb{R}^n$ eine Nullmenge und beschränkt, dann ist auch der Abschluss \bar{B} eine Nullmenge.

Aufgabe 54: [Das Prinzip von Cavalieri]

Sei $B \subseteq [a, b] \subset \mathbb{R}^n$ Jordan-messbar und für jedes $t \in [a_1, b_1]$ sei der Hyperebenen-schnitt $H_t = B \cap V(x_1 = t)$ Jordan-messbar mit Volumen $v(t)$. Zeige zunächst

$$V(B) = \int_{a_1}^{b_1} v(t) dt,$$

und zeige für kompaktes B und stetiges $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ zudem

$$\int_B f(x) dx = \int_{a_1}^{b_1} \int_{H_t} f(t, y) dy dt.$$

Aufgabe 55: Sei $B \subseteq \mathbb{R}^2$ der Normalbereich im ersten Quadranten zwischen der Geraden $x_2 = x_1$ und der Parabel $x_2 = x_1^2$. Formuliere den Normalbereich B als Menge und berechne $\int_B x_1 x_2 d(x_1, x_2)$.

Aufgabe 56: Betrachte einen Kegel „kopfüber“, dessen Spitze sich im Ursprung befindet, mit Höhe h und Basis-Radius r . Bestimme einen geeigneten Normalbereich und berechne das Volumen des Kegels.