

## Analysis 2 / Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 05.02.2018, 12:00

Aufgabe 56 ist eine Präsenzaufgabe und muss nicht abgegeben werden. Sie wird in der Übungsgruppe bearbeitet und besprochen.

**Aufgabe 53:** Zeige oder widerlege:

- Ist  $B \subseteq \mathbb{R}^n$  eine Jordan-Nullmenge, dann ist auch der Abschluss  $\bar{B}$  eine Jordan-Nullmenge.
- Ist  $B \subseteq \mathbb{R}^n$  eine Nullmenge und beschränkt, dann ist auch der Abschluss  $\bar{B}$  eine Nullmenge.

**Aufgabe 54: [Das Prinzip von Cavalieri]**

Sei  $B \subseteq [a, b] \subset \mathbb{R}^n$  Jordan-messbar und für jedes  $t \in [a_1, b_1]$  sei der Hyperebenenschnitt  $H_t = B \cap V(x_1 = t)$  Jordan-messbar mit Volumen  $v(t)$ . Zeige zunächst

$$V(B) = \int_{a_1}^{b_1} v(t) dt,$$

und zeige für kompaktes  $B$  und stetiges  $f : B \rightarrow \mathbb{R}$  zudem

$$\int_B f(x) dx = \int_{a_1}^{b_1} \int_{H_t} f(t, y) dy dt.$$

**Aufgabe 55:** Sei  $B \subseteq \mathbb{R}^2$  der Normalbereich im ersten Quadranten zwischen der Geraden  $x_2 = x_1$  und der Parabel  $x_2 = x_1^2$ . Formuliere den Normalbereich  $B$  als Menge und berechne  $\int_B x_1 x_2 d(x_1, x_2)$ .

**Aufgabe 56:** Betrachte einen Kegel „kopfüber“, dessen Spitze sich im Ursprung befindet, mit Höhe  $h$  und Basis-Radius  $r$ . Bestimme einen geeigneten Normalbereich und berechne das Volumen des Kegels.