

Arbeitstechniken in der Mathematik

Bei manchen Aufgaben wird ein Bezug zu dem entsprechenden Abschnitt im Skript angegeben, auf der sich die zu verwendenden Befehle befinden.

Aufgabe 1: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit dem Text:

Dies ist mein erstes \LaTeX -Beispiel!

Aufgabe 2: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Text und maskiere die Sonderzeichen wie in Abschnitt I.4 beschrieben:

Die Kamera vom Typ #723/O\ kostet bei Smith & Sons 150 \$. Bei Barzahlung wird aber 2% Skonto geboten.

Aufgabe 3: Ändere die Breite des Dokumentes in Aufgabe 2 auf 6cm unter Verwendung des Befehls `\textwidth`.

Aufgabe 4: Versuche, die Dokumentation für die Pakete `inputenc` und `babel` auf dem lokalen System zu finden und anzuzeigen, z. B. mittels `texdoc`.

Aufgabe 5: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Text; beachte dabei die Einrückungen, die mittels der Umgebungen `quote` und `center` erzeugt werden können, und verwende die Pakete `inputenc` oder `babel`, um Umlaute einzugeben:

Die Studienpläne der verschiedenen Studiengänge mit Hauptfach Mathematik an der Universität Kaiserslautern bedingen, daß die Hörschaft der Vorlesung Algebraische Strukturen recht inhomogen ist.

Für einige ist dies neben der Vorlesung Grundlagen der Mathematik I die erste Mathematikvorlesung, die sie besuchen, andere haben bereits ein oder zwei Semester lang Mathematik studiert.

Dementsprechend sind die Voraussetzungen der einzelnen Teilnehmer sehr unterschiedlich – sowohl inhaltlicher Art, als auch was die Vertrautheit mit der mathematischen Sprache betrifft.

Ich verzichte darauf, die Vorlesung mit einem Überblick über grundlegende Elemente der mathematischen Sprache und der Logik zu beginnen.

Aufgabe 6: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Text unter Verwendung der `verbatim`-Umgebungen:

Die Studienpläne der verschiedenen Studiengänge mit Hauptfach Mathematik an der Universität Kaiserslautern bedingen, daß die Hörschaft der Vorlesung Algebraische Strukturen recht inhomogen ist.

Für einige ist dies neben der Vorlesung Grundlagen der Mathematik I die erste Mathematikvorlesung, die sie besuchen, andere haben bereits ein oder zwei Semester lang Mathematik studiert.

Dementsprechend sind die Voraussetzungen der einzelnen Teilnehmer sehr unterschiedlich – sowohl inhaltlicher Art, als auch was die Vertrautheit mit der mathematischen Sprache betrifft.

Aufgabe 7: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Text; verwende dabei das Paket `babel`, um die richtige Trennung zu gewährleisten, und wechsele zwischen- durch die Sprachunterstützung:

Die Studienpläne der verschiedenen Studiengänge mit Hauptfach Mathematik an der Universität Kaiserslautern bedingen, daß die Hörschaft der Vorlesung Algebraische Strukturen recht inhomogen ist. It might either be the first lecture in Mathematics the student is taking alongside with the lecture Grundlagen der Mathematik I, or else he might already be familiar with the mathematical language by one year of practise.

Aufgabe 8: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Text unter Verwendung der `quote`-Umgebung; achte dabei auf die Abstände nach den Punkten:

Es gibt zu diesem Thema verschiedene Ansichten. So hat der Bundeskanzler z. B. kürzlich die Ansicht vertreten, daß er u. U. die Ansicht der Opposition zu teilen gewillt sei, falls diese ihm bzw. seinem Vizekanzler einmal nicht wie i. a. widersprechen würde.

Aufgabe 9: Schreibe ein \LaTeX -Datei mit folgenden beiden Textvarianten:

Im Park steht seit langem auf einem hohen Sockel die Reiterstatue Kaiser Wilhelms I., der die Stadt im Jahre 1877 besuchte.

Im Park steht seit langem auf einem hohen Sockel die Reiterstatue Kaiser Wilhelms I., der die Stadt im Jahre 1877 besuchte.

Aufgabe 10:

1. Füge in folgendem Text Abstände von je einem halben Zentimeter vor den Worten *Es*, *Thema* und *Ansichten* ein.

Es gibt zu diesem Thema verschiedene Ansichten.

2. Ändere den Abstand vor *Thema* auf ein Quad und vor *Ansichten* auf ein $\frac{3}{18}$ eines Quad.
3. Ändere den Abstand vor *Thema* auf das Dreifache der Höhe des Buchstabens x und gib den Text in den Schriftgrößen `\footnotesize`, `\normalsize` und `\Large` aus.
4. Ändere den Abstand vor *Thema* auf einen Zentimeter ab und gib den Text wieder in den Schriftgrößen `\footnotesize`, `\normalsize` und `\Large` aus.

Aufgabe 11: Sorge dafür, daß das Wort *Nicht-Homomorphismen* im folgenden Absatz sinnvoll getrennt wird.

Aus der Vorlesung Algebra wissen wir, daß die Komposition zweier Nicht-Homomorphismen durchaus ein Homomorphismus sein kann. Das folgende Lemma sagt, daß umgekehrt die Komposition von zwei Homomorphismen stets wieder ein Homomorphismus ist.

Aufgabe 12: Schreibe ein L^AT_EX-Dokument mit folgendem Text unter Verwendung des korrekten Gedankenstrichs:

Das Sekretariat des St.-Joseph Gymnasiums hat von 8–13 Uhr geöffnet.

Aufgabe 13: Probiere im Text von Aufgabe 5 die Schriftfamilien `Times` und `Palatino` aus.

Aufgabe 14: Wechsele im Text von Aufgabe 7 die Schriftgröße von 10pt auf 12pt.

Aufgabe 15: Ändere im Text von Aufgabe 5 die Schriftgröße einzelner Worte manuell. Teste dabei alle Dir zur Verfügung stehenden Schriftgrößen.

Aufgabe 16: Ändere den Text des ersten Satzes von Aufgabe 5 in Schriftgröße 12pt so, daß er folgendes Aussehen annimmt:

Die *Studienpläne* der **verschiedenen** Studiengänge mit `Hauptfach` Mathematik an der Universität Kaiserslautern bedingen, daß die Hörerschaft der Vorlesung *Algebraische Strukturen* recht inhomogen ist.

Aufgabe 17: Hebe im ersten Satz des Textes von Aufgabe 5 die Worte *Hörerschaft* und *Kaiserslautern* hervor.

Aufgabe 18: Erstelle ein Dokument mit der folgenden Gliederung im Dokumentstil `Artikel`:

1 Der Tannenbaum

1.1 Seine Nadeln

1.2 Sein Stamm

2 Der Osterhase

2.1 Wo er die bunten Eier her hat?

2.2 Weshalb er bunte Eier versteckt?

2.2.1 Nach welchen Gesichtspunkten sucht der Osterhase Verstecke aus?

2.2.2 Seit wann bringt der Osterhase auch Schokoladeneier?

Füge dann jedem Abschnitt und Unterabschnitt ein wenig Text hinzu und erstelle einen Index mit allen in der Vorlesung besprochenen Möglichkeiten für Einträge.

Aufgabe 19: Füge der Datei mit der Gliederung aus Aufgabe 18 ein Inhaltsverzeichnis auf der ersten Seite bei.

Aufgabe 20: Wie ändert sich das Aussehen, wenn der Gliederung in Aufgabe 18, wenn man den Stil `article` durch `book` ersetzt? Was geschieht, wenn man dann `chapter` als erste Gliederungsebene verwendet?

Aufgabe 21: Ändere die Gliederung in Aufgabe 18 so, daß im Inhaltsverzeichnis der Text von Abschnitt 2.1 durch *Woher* und der Text von Abschnitt 2.2 durch *Weshalb* ersetzt wird.

Aufgabe 22: Ändere die Gliederung in Aufgabe 18 so, daß nur die ersten beiden Gliederungsebenen im Inhaltsverzeichnis auftauchen.

Aufgabe 23: Ändere die Gliederung in Aufgabe 18 so, daß die Unterabschnitt 1.2 keine Nummer erhält.

Aufgabe 24: Erzeuge die folgende Auflistung:

- **14 n. Chr.:** Im Gerangel vor der Regierungsübernahme macht, laut Tacitus, Tiberius den Vorschlag einer Aufteilung der Aufgabenbereiche unter mehrere Personen. Dies wird im Senat abgelehnt. – Kornemann bezweifelt, daß Tiberius ernsthaft an eine Teilung des Reiches gedacht habe.
- **14-19/22 n. Chr.:** Germanicus und Drusus beide nach Kräften gefördert. Germanicus noch aus augusteischer Zeit mit etwas Vorsprung. 19 n. Chr. stirbt Germanicus. – Beachte: Hier spricht Kornemann von einer gleichen Förderung durch Augustus, während diese erheblich unterschiedlicher verlief als bei C. und L.
- **22-23 n. Chr.:** Drusus erhält die *tribunicia potestas* – Mitregent, wird aber ermordet von Seian.
- **20/23-29/30 n. Chr.:** Schon früh hat Tiberius begonnen, Nero und Drusus, die Söhne des Germanicus, in seine Nachfolgepläne einzubeziehen.

Aufgabe 25: Erzeuge die folgende Auflistung:

- 14 n. Chr.:** Im Gerangel vor der Regierungsübernahme macht, laut Tacitus, Tiberius den Vorschlag einer Aufteilung der Aufgabenbereiche unter mehrere Personen. Dies wird im Senat abgelehnt. – Kornemann bezweifelt, daß Tiberius ernsthaft an eine Teilung des Reiches gedacht habe.
- 14-19/22 n. Chr.:** Germanicus und Drusus beide nach Kräften gefördert. Germanicus noch aus augusteischer Zeit mit etwas Vorsprung. 19 n. Chr. stirbt Germanicus. – Beachte: Hier spricht Kornemann von einer gleichen Förderung durch Augustus, während diese erheblich unterschiedlicher verlief als bei C. und L.
- 22-23 n. Chr.:** Drusus erhält die *tribunicia potestas* – Mitregent, wird aber ermordet von Seian.
- 20/23-29/30 n. Chr.:** Schon früh hat Tiberius begonnen, Nero und Drusus, die Söhne des Germanicus, in seine Nachfolgepläne einzubeziehen.

Aufgabe 26: Erzeuge die folgende Aufzählung:

Thesen zum Zögern des Tiberius:

1. Mit dem Tod des Augustus erlöschen die Vollmachten des Tiberius.
2. Timpe: Tiberius habe am Beginn der Senatssitzung *de re publica* seine Vollmachten niedergelegt.
3. Furcht vor den meuternden Soldaten.

Aufgabe 27: Ändere die Numerierungsweise in der Aufzählung in Aufgabe 26 so, daß mit a), b), c) statt 1., 2., 3. gezählt wird.

Aufgabe 28: Erkenne und erläutere den Unterschied in der Formatierung der folgenden beiden Abschnitte, und schreibe eine \LaTeX -Datei, die den zweiten Abschnitt reproduziert.

Im Gerangel vor der Regierungsübernahme macht, laut Tacitus, Tiberius den Vorschlag einer Aufteilung der Aufgabenbereiche unter mehrere Personen. Dies wird im Senat abgelehnt. Kornemann bezweifelt, daß Tiberius ernsthaft an ein Teilung des Reiches gedacht habe.

Im Gerangel vor der Regierungsübernahme macht, laut Tacitus, Tiberius den Vorschlag einer Aufteilung der Aufgabenbereiche unter mehrere Personen. Dies wird im Senat abgelehnt. Kornemann bezweifelt, daß Tiberius ernsthaft an ein Teilung des Reiches gedacht habe.

Aufgabe 29: Schreibe eine \LaTeX -Datei, die folgende Tabelle erzeugt:

Name	Vorname	Alter	Erkrankt
Müller	Max	35	Ja
Schmidt	Susanne	24	Nein
Weber	Walter	55	Neine

Aufgabe 30: Schreibe eine \LaTeX -Datei, die folgenden Text erzeugt:

Die Untersuchung der Patienten des Krankenhauses ergab unter anderem folgende Liste:

Name	Vorname	Alter	Erkrankt
Müller	Max	35	Ja
Schmidt	Susanne	24	Nein
Weber	Walter	55	Neine

Aufgabe 31: Was muß man in Aufgabe 30 ändern, um folgenden Text zu erhalten?
Die Untersuchung der Patienten des Krankenhauses ergab unter anderem folgende

Liste:

Name	Vorname	Alter	Erkrankt
Müller	Max	35	Ja
Schmidt	Susanne	24	Nein
Weber	Walter	55	Nein

Aufgabe 32: Entwerfe ein Beispiel für eine Tabelle mit vier Spalten, bei der die Überschrift über alle vier Spalten geht, und bei der der Text der ersten beiden Spalten zentriert ist und der Text der letzten beiden Spalten jeweils einen Zentimeter breit ist.

Aufgabe 33: Entwerfe eine Titelseite für einen Artikel, der von den Autoren Max Mustermann und Walter von der Vogelweide geschrieben wurde. Der Titel des Vortrags soll *Das Singen im Bettenlager* heißen und am 29. Februar 2004 geschrieben worden sein. Dankt Daniel Düsentrieb für seine Unterstützung.

Aufgabe 34: Fügt dem Artikel in Aufgabe 33 eine mindestens vierzeilige Zusammenfassung und eine Gliederung mit mindestens zwei Abschnitten und je zwei Unterabschnitten bei. Erzeugt auch ein Inhaltsverzeichnis. Einer der Abschnittstitel soll den Befehl `4^5` enthalten. Verwendet das Paket `hyperref`.

Aufgabe 35: Erzeugt in der Dokumentklasse `article` die mathematischen Sätze Satz, Proposition, Folgerung, Definition, Notation, Bemerkung und Aufgabe. Ordnet ihnen geeignete Satzstile zu und numeriert sie nach dem Abschnitt und mit je einem Zähler für jeden Satzstil. Wendet jeden der Sätze einmal im Dokument an.

Aufgabe 36: Schreibt ein \LaTeX -Dokument mit dem folgenden Text:

Satz 1 (Der Satz vom Regen). *Wenn es regnet wird die Straße naß.*

Aufgabe 37: Fügt jedem der Sätze in Aufgabe 35 eine Markierung an und verweist auf die Marke mit Hilfe von `\ref` und `\pageref`. Verwendet auch das Paket `hyperref`.

Aufgabe 38: Legt eine Bib \TeX -Datei an. Ladet über die Seiten der Universitätsbibliothek von zbMath oder MathSciNet die Bib \TeX -Einträge der beiden Arbeiten “Thomas Keilen, Equisingular families of curves” und “Luca Chiantini und Thomas Markwig, Triple-point defective ruled surfaces” herunter und speichert sie in der Datei. Ladet außerdem den Bib \TeX -Eintrag des Buches “Wolf-Dieter Klix, Konstruktive Geometrie – darstellend und analytisch” im Katalog der UB herunter. Zitiert die beiden Arbeiten und das Buch in den Beweisen von Aufgabe 35, und legt ein zugehöriges Literaturverzeichnis an. Zitiert insbesondere Satz 1 aus der zweiten Arbeit.

Aufgabe 39: Schau Dir die `.aux`-Datei und die `.log`-Datei zu Aufgabe 38 an.

Aufgabe 40: Schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Text:

All dies zeigt sich bei der Darstellung des Herrscherwechsels im Jahre 14 n. Chr. durch Velleius sehr deutlich. Er hat die Ereignisse als Senator vor Ort miterlebt und berichtet das, was er berichtet, aus seinem eigenen Erleben und Empfinden und aus der Perspektive eines *Tiberiusfreundes* heraus.¹ Er verfolgt durchaus ein Ziel in der Darstellung der Kapitel II,123f, und dieses Ziel ist – seiner Überzeugung entsprechend –, Tiberius als den neuen *optimus vir* darzustellen, dem der Prinzipat aufgrund seiner einzigartigen Leistungen ganz zwangsläufig zufällt.² Schließlich und endlich gestaltet er um dieses Zieles willen die beiden Kapitel rhetorisch aus und verzichtet auf alle Details, die seine Komposition stören könnten.

Aufgabe 41: Lade die Datei `kleeblatt.eps` von der Webseite der Vorlesung herunter und schreibe eine \LaTeX -Datei mit folgendem Inhalt. Verwende zum Kompilieren den Befehl `latex`.

In der ebenen algebraischen Geometrie untersucht man Kurven, die als Lösungsmenge einer polynomialen Gleichung entstehen. Ein Beispiel dafür findet sich in Abbildung 1. Einige dieser Kurven besitzen auch eine rationale Parametrisierung. Dies

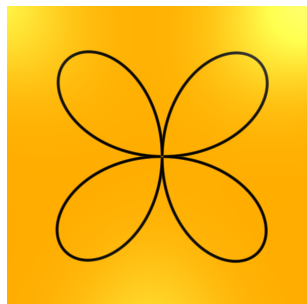


Abbildung 1: Das vierblättrige Kleeblatt

trifft insbesondere auf das Kleeblatt in Abbildung 1 zu.

Aufgabe 42: Wandle die Datei mit `ps2pdf` in eine `pdf`-Datei um und ändere den Quelltext in Aufgabe 41 so um, daß er mit `pdflatex` kompiliert werden kann.

Aufgabe 43: Wandle die Datei mit `gimp` in eine `jpg`-Datei um und ändere den Quelltext in Aufgabe 41 so um, daß diese eingebunden werden kann.

Aufgabe 44: Binde die Graphik in Aufgabe 41 als `eps`-Datei ein und kompiliere dennoch mit `pdflatex` unter Verwendung der notwendigen Optionen.

¹Siehe insbesondere das folgende Kapitel.

² Das heißt jedoch nicht, daß das ganze Werk des Velleius nur dem Zweck einer *laudatio ad Tiberium* dient.

Aufgabe 45: Binde die Graphik in Aufgabe 41 mehrfach in einen Text ein mit unterschiedlichen Unterschriften und erstelle ein Verzeichnis der Abbildungen. Füge einige Tabellen hinzu und erstelle ebenfalls ein Verzeichnis der Tabellen.

Aufgabe 46: Erzeuge aus einigen der bisher geschriebenen Texte eine längere L^AT_EX-Datei mit mehreren Abschnitten. Lege für jeden Abschnitt eine neue Datei an, die mit `\input` in das Hauptdokument eingebunden wird.

Aufgabe 47: Verwende in Aufgabe 46 zum Einbinden den Befehl `\include` statt des Befehls `\input`.

Aufgabe 48: Ändere die Datei in Aufgabe 47 so ab, daß nur die beiden letzten Abschnitte eingebunden werden, die Numerierung aber korrekt bleibt.

Aufgabe 49: Schau Dir den Mathematikmodus auf der Kurzzusammenfassung von `latexsheet.pdf` gut an.

Aufgabe 50: Mache Dich mit den verschiedenen Kategorien von Symbolen in `symbols-a4.pdf` vertraut.

Aufgabe 51: Setze die folgende Formel in L^AT_EX:

$$x^3 + 2 \cdot y^2 = 0.$$

Aufgabe 52: Schreibe den folgenden Text: $\frac{1}{2}$ ist kleiner als $\frac{2}{3}$.

Aufgabe 53: Setze die folgende Formel in L^AT_EX:

$$x^2 - m \cdot y^2 = (x - \sqrt{m} \cdot y) \cdot (x + \sqrt{m} \cdot y).$$

Dann ersetze in der Formel \sqrt{m} durch $\sqrt[k]{m}$.

Aufgabe 54: Schreibe eine L^AT_EX-Datei mit folgender Bemerkung:

Bemerkung 1. Für $\sigma \in \mathbb{S}_n$ gilt:

$$\text{sgn}(\sigma) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} \frac{\sigma(j) - \sigma(i)}{j - i} = \frac{\sigma(2) - \sigma(1)}{2 - 1} \cdot \frac{\sigma(3) - \sigma(1)}{3 - 1} \cdots \frac{\sigma(n) - \sigma(n-1)}{n - (n-1)}.$$

□

Aufgabe 55: Setze die folgende Formel in L^AT_EX:

$$a^{(p-1) \cdot p^{m+1}} = (1 + b \cdot p^k)^p = 1 + b \cdot p^{k+1} + \sum_{j=2}^{p-1} \binom{p}{j} \cdot b^j \cdot p^{j \cdot k} + b^p \cdot p^{k \cdot p}.$$

Aufgabe 56: Definiere einen neuen Mathematikoperator mit dem Namen `sgn`.

Aufgabe 57: Setze die folgende Formel in L^AT_EX:

$$\alpha(z) = \prod_{p \in \mathbb{P}} \alpha(p^{n_p(z)}) = \prod_{p \in \mathbb{P}} \beta(p^{n_p(z)}) = \beta(z).$$

Aufgabe 58: Setze die folgende Formel in L^AT_EX:

$$\{1, -1\} \cap \mathbb{Z}[\omega_m]_{>0}^* = \{1\}.$$

Aufgabe 59: Schreibe den folgenden Text:

Sei $x \in M$ beliebig. Aus $x \sim x$ folgt $x \in \bar{x} \subseteq \bigcup_{\bar{y} \in M/\sim} \bar{y}$. Mithin gilt

$$M = \bigcup_{\bar{y} \in M/\sim} \bar{y}.$$

Es bleibt also zu zeigen, daß die Äquivalenzklassen paarweise disjunkt sind.

Aufgabe 60: Setze die folgende Formel in L^AT_EX:

$$\varphi_\alpha: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: (x, y) \rightarrow (\cos(\alpha) \cdot x - \sin(\alpha) \cdot y, \sin(\alpha) \cdot x + \cos(\alpha) \cdot y)$$

Aufgabe 61: Schreibe den folgenden Text:

In der Analysis lernt man Potenzreihen als Funktionen eines Intervalls $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ in die reellen Zahlen kennen, indem man die Unbestimmte t durch eine reelle Zahl aus dem Intervall $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ ersetzt. Der Ausdruck $\sum_{k=0}^{\infty} a_k \cdot t^k$ stellt in der Analysis mithin eine Funktionsvorschrift dar, bei der t variabel ist.

Aufgabe 62: Schreibe den folgenden Text:

Die Menge \mathcal{M} ist eine Teilmenge von \mathcal{Z} . Sie enthält zudem das Element \mathfrak{n} .

Aufgabe 63: Schreibe den folgenden Text:

Ist $m = -1$, so ist $\sqrt{-1} = \mathfrak{i}$ die imaginäre Einheit und

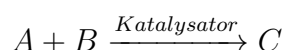
$$\mathbb{Z}[\mathfrak{i}] = \mathbb{Z}\left[\sqrt{-1}\right] = \mathbb{Z}[\omega_{-1}] = \{a + b \cdot \mathfrak{i} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

ist der Ring der *ganzen Gaußschen Zahlen*.

Aufgabe 64: Schreibe die folgende Formel:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}, \text{ aber } a' + b' \neq c'.$$

Aufgabe 65: Erzeuge die folgende Formel:



Aufgabe 66: Erzeuge die folgende Formel:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}}_n$$

Aufgabe 67: Schreibe eine L^AT_EX-Datei mit folgender Definition:

Definition 1. 1. Eine $m \times n$ -Matrix über R ist ein rechteckiges Schema A mit Einträgen aus R der Form

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Wir schreiben verkürzt auch

$$A = (a_{ij})_{i=1,\dots,m; j=1,\dots,n} = (a_{ij}),$$

wenn keine Unklarheiten zu befürchten sind.

2. Ist $A = (a_{ij})$ eine $m \times n$ -Matrix, dann bezeichnen wir

$$a_i := (a_{i1}, \dots, a_{in})$$

als den i -ten *Zeilenvektor* von A und

$$a^j := \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$$

als den j -ten *Spaltenvektor* von A .

3. Die Menge aller $m \times n$ -Matrizen über R wird mit

$$\text{Mat}(m \times n, R)$$

bezeichnet, und falls $m = n$, dann auch kurz mit $\text{Mat}_n(R) = \text{Mat}(n, R)$ und man spricht von *quadratischen Matrizen*.

4. Ist $A = (a_{ij}) \in \text{Mat}(m \times n, R)$, so heißt die $n \times m$ -Matrix

$$A^t := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

d. h. für $A^t = (a'_{ij})$ gilt $a'_{ij} = a_{ji}$, die *Transponierte* Matrix oder *transponierte Matrix* von A .

5. Schließlich definieren wir

$$R^n := \text{Mat}(n \times 1, R) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \mid x_1, \dots, x_n \in R \right\}.$$

Die Elemente von R^n heißen *Vektoren* oder *Punkte* im R^n . x_i heißt die i -te *Komponente* des Vektors x .

Aufgabe 68: Schreibe eine L^AT_EX-Datei mit folgender Bemerkung:

Bemerkung 2. Eine Matrix A in Zeilen-Stufen-Form ist also von der folgenden Gestalt:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \boxed{a_{1j_1}} & * & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & * \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 & \boxed{a_{2j_2}} & * & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & * \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 & \boxed{a_{3j_3}} & * & \dots & \dots & * \\ \vdots & & & & & & & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \boxed{a_{rj_r}} & * & \dots & * \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Hat A reduzierte Zeilen-Stufen-Form, so sind die Pivots alle Eins und die Einträge in der Spalte oberhalb der Pivots sind alle Null.

Der Zeilenrang von A darf Null sein. Das ist genau dann der Falle, wenn A die Nullmatrix ist.

Aufgabe 69: Schreibe folgenden Ausdruck:

$$\text{sgn}(z) := \begin{cases} 1, & z > 0, \\ -1, & z < 0. \end{cases}$$

Aufgabe 70: Schreibe den folgenden Text und verwende dabei den Befehl `\stackrel{r}{\wedge}`, um das r über die Punkte zu setzen:

Da nach dem folgenden Satz das r -fache äußere Produkt, so es existiert, bis auf eindeutige Isomorphie eindeutig bestimmt ist, schreibt man $\bigwedge^r V := V \wedge \dots \wedge V$ statt U und unterschlägt - um Notation zu sparen - für gewöhnlich die alternierende multilineare Abbildung φ ganz.

Aufgabe 71: Schreibe den folgenden Text und definiere dazu den nötigen Mathematikoperator `lc`, `deg` ist bereits vordefiniert:

Aufgrund der Gradformeln für Polynome folgt deshalb

$$\deg(f \cdot g) = \deg(f) + \deg(g) \geq 0, \quad (1)$$

da $\text{lc}(f) \cdot \text{lc}(g) \neq 0$ im Integritätsbereich R , und somit ist $f \cdot g \neq 0$. Also ist $R[t]$ ein Integritätsbereich. Ist $f \in R[t]^*$ eine Einheit und g das zugehörige Inverse, so gilt $f \cdot g = t^0 = 1$ und aus (1) folgt, daß $\deg(f) = 0 = \deg(g)$.

Aufgabe 72: Schreibe den folgenden Text:

Der Chinesische Restsatz liefert dann

$$\begin{aligned} y_1 \cdot x_1 \cdot N_1 + y_2 \cdot x_2 \cdot N_2 + y_3 \cdot x_3 \cdot N_3 &= 1 \cdot 5 \cdot 189 + 13 \cdot 14 \cdot 56 + 3 \cdot 6 \cdot 216 \\ &= 945 + 10192 + 3888 = 15025 \equiv -95 = y \pmod{1512} \end{aligned} \quad (2)$$

als Lösung der Kongruenzgleichung.

Aufgabe 73: Ändere den Text in der vorhergehenden Aufgabe so ab, daß die Gleichungsnummer verschwindet.

Aufgabe 74: Schreibe den folgenden Text:

Unter Ausnutzung der Multiplikativität der Norm und des Betrages gilt

$$\begin{aligned} |N(r)| &= \left| N \left(y \cdot \left(\frac{x}{y} - q \right) \right) \right| = |N(y)| \cdot \left| N \left(\frac{x}{y} - q \right) \right| \\ &= |N(y)| \cdot |N((a - c) + (b - d) \cdot \sqrt{m})| \\ &= |N(y)| \cdot |(a - c)^2 - m \cdot (b - d)^2|. \end{aligned} \quad (3)$$

Aufgabe 75: Schreibe den folgenden Text:

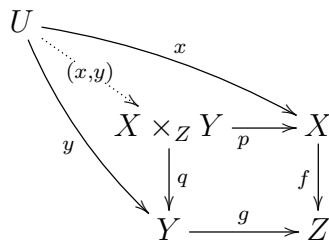
Für jedes weitere Paar (U', φ') mit U' ein R -Modul und $\varphi': V \times W \rightarrow U'$ eine bilineare Abbildung gilt, es *existiert genau eine lineare* Abbildung $\psi: U \rightarrow U'$ mit $\psi \circ \varphi = \varphi'$, d. h. so, daß das folgende Diagramm kommutiert:

$$\begin{array}{ccc} V \times W & \xrightarrow{\varphi} & U \\ & \searrow \varphi' & \swarrow \exists_1 \psi \\ & U' & \end{array}$$

Aufgabe 76: Erstelle die folgende exakte Sequenz mit `xymatrix`:

$$0 \longrightarrow \mathcal{I}_{X:L/\Sigma}(-L) \xrightarrow{\cdot L} \mathcal{I}_{X/\Sigma} \longrightarrow \mathcal{I}_{X \cap L/L} \longrightarrow 0.$$

Aufgabe 77: Erstelle das folgende kommutative Diagramm:



Aufgabe 78: Erstelle die Präsentation in der Vorlage `praesentationsvorlage.pdf`. Das Paket `beamer` wurde mit den folgenden Optionen verwendet:

- `\usetheme{Goettingen}`
- `\useinnertheme[shadow]{rounded}`
- `\usecolortheme{orchid}`

Aufgabe 79: Erstelle die Präsentation in der Vorlage `zweitvorlage.pdf`. Hier sollen die Graphiken `zv1.ps`, `zv2.ps` und `zv3.ps` eingebunden werden. Es empfiehlt sich daher, statt `pdflatex` zunächst `latex` zu verwenden und die `dvi`-Datei anschließend in `pdf` umzuwandeln.

Das Paket `beamer` wurde mit den folgenden Optionen verwendet:

- `\usetheme{Goettingen}`
- `\useinnertheme[shadow]{rounded}`
- `\usecolortheme{orchid}`

Der Text- und Formelumfang in dieser Präsentation entspricht dem, was ich für einen wissenschaftlichen Vortrag für angemessen halte. Mehr sollte auf Folien für gewöhnlich nicht stehen!

Aufgabe 80: Wie ändert sich das Aussehen, der Präsentation in der letzten Aufgabe, wenn man den Stil `Goettingen` durch den Stil `Ann Arbor` ersetzt und die Optionen für `innertheme` und für `colortheme` weglässt? Probiere verschiedene Themen (global, innere, äußere, usw.) aus. Die Möglichkeiten, die es gibt, findest Du in den Folien und besser noch in der Beamer-Dokumentation `beameruserguide.pdf`.

Aufgabe 81: Schreibe einen Kurzbefehl, mit denen das Symbol für die rationalen Zahlen erzeugt werden kann.

Aufgabe 82: Schreibe einen Kurzbefehl, mit dem der Buchstabe J in kalligraphischer Schrift aufgerufen werden kann.

Aufgabe 83: Schreibe einen Befehl, der das Symbol $\text{Mat}(m \times n, \mathbb{R})$ erzeugt.

Aufgabe 84: Schreibe einen Befehl, der zwei Argumente übernimmt und eine Matrix erzeugt. Das erste Argument sollte die Formatierung der Spalten sein, das zweite die Eingabe für den Inhalt der Matrix.

Aufgabe 85: Schreibe einen Befehl, der zwei Argumente a und b übernimmt und das Integral

$$\int_a^b x^2 dx$$

erzeugt.

Aufgabe 86: Ändere die Zahlweise der Abschnitte so ab, daß mit römischen Zahlen gezählt wird. Dazu muß der Befehl `\thesection` erneuert werden. Die Abschnitte werden mit dem Zähler `section` gezählt und man erhält eine Ausgabe des Zählers als römische Zahl durch den Befehl `\Roman`.

Aufgabe 87: Definiere die folgende Umgebung in \LaTeX . Was bewirkt sie, und wie wird sie angewendet?

```
\newcounter{com}
\newenvironment{comment}[1]%
{\begin{sloppypar}\noindent\sl Kommentar: #1
\begin{quote}\small\it}%
{\stepcounter{com}\hspace*{\fill}(\arabic{com})\end{quote}\end{sloppypar}}
```

Die Umgebung verwendet einen vorher nicht bekannten Zähler `com`. Mit dem Befehl `\newcounter` werden neue Zähler definiert!

Aufgabe 88: Erzeuge einen etwas längeren Text, zu dem ein Index angelegt wird.