

## Grundlagen der Mathematik 1

Die Aufgaben des ersten Übungsblattes sind als Präsenzaufgaben für die Übungsstunden der ersten Woche gedacht.

**Aufgabe 1:** Seien  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  Aussagen. Man beweise:

- (a)  $(X \vee Y) \vee Z \iff X \vee (Y \vee Z)$  und  $(X \wedge Y) \wedge Z \iff X \wedge (Y \wedge Z)$  (Assoziativgesetze).
- (b)  $X \vee Y \iff Y \vee X$  und  $X \wedge Y \iff Y \wedge X$  (Kommutativgesetze).
- (c)  $(\neg X \implies f) \iff X$ .

**Aufgabe 2:**

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

- (1) Jedes Auto, das am Samstag um 9:00 auf dem Parkplatz parkte, war rot.
- (2) Mindestens ein Auto, das am Samstag um 9:00 auf dem Parkplatz parkte, war rot.
- (3) Am Samstag um 9:00 parkten rote Autos auf dem Parkplatz.
- (4) Es gibt keine größte ganze Zahl.
- (5) Keine Regel ohne Ausnahme.

Warum ist das Sprichwort „Keine Regel ohne Ausnahme“ in sich widersprüchlich?

(b) Beweise oder widerlege Aussage (4).

**Aufgabe 3:**

(a) Drücke die folgenden Aussagen in Worten aus und, falls eine Aussage falsch sein sollte, ersetze sie dabei durch ihre Negation.

- (1)  $\forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : m = n + n$ ,
- (2)  $\exists m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : (m \neq n) \wedge (m^n = n^m)$ .

(b) Drücke die folgenden Aussagen in Symbolen aus:

- (1) Zwischen je zwei verschiedenen reellen Zahlen gibt es eine weitere reelle Zahl.
- (2) Es gibt keine größte Primzahl in den natürlichen Zahlen.

**Aufgabe 4:** Welche der folgenden Schlussfolgerungen ist korrekt?

- (a) Falls es anfängt zu regnen, wird die Straße nass. Aber, da die Straße nicht nass werden wird, wird es auch nicht regnen.
- (b) Einige Politiker sind ehrlich. Einige Frauen sind Politiker. Also sind einige weibliche Politiker ehrlich.