

Grundlagen der Mathematik 1

Die Aufgaben des ersten Übungsblattes sind als Präsenzaufgaben für die Übungsstunden der ersten Woche gedacht.

Aufgabe 1: Seien X , Y und Z Aussagen. Man beweise:

- $(X \vee Y) \vee Z \iff X \vee (Y \vee Z)$ und $(X \wedge Y) \wedge Z \iff X \wedge (Y \wedge Z)$ (Assoziativgesetze).
- $X \vee Y \iff Y \vee X$ und $X \wedge Y \iff Y \wedge X$ (Kommutativgesetze).
- $(\neg X \implies f) \iff X$.

Aufgabe 2:

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

- Jedes Auto, das am Samstag um 9:00 auf dem Parkplatz parkte, war rot.
- Mindestens ein Auto, das am Samstag um 9:00 auf dem Parkplatz parkte, war rot.
- Am Samstag um 9:00 parkten rote Autos auf dem Parkplatz.
- Es gibt keine größte ganze Zahl.
- Keine Regel ohne Ausnahme.

Warum ist das Sprichwort „Keine Regel ohne Ausnahme“ in sich widersprüchlich?

(b) Beweise oder widerlege Aussage (4).

Aufgabe 3:

(a) Drücke die folgenden Aussagen in Worten aus und, falls eine Aussage falsch sein sollte, ersetze sie dabei durch ihre Negation.

- $\forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : m = n + n$,
- $\exists m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : (m \neq n) \wedge (m^n = n^m)$.

(b) Drücke die folgenden Aussagen in Symbolen aus:

- Zwischen je zwei verschiedenen reellen Zahlen gibt es eine weitere reelle Zahl.
- Es gibt keine größte Primzahl in den natürlichen Zahlen.

Aufgabe 4: Welche der folgenden Schlussfolgerungen ist korrekt?

- Falls es anfängt zu regnen, wird die Straße nass. Aber, da die Straße nicht nass werden wird, wird es auch nicht regnen.
- Einige Politiker sind ehrlich. Einige Frauen sind Politiker. Also sind einige weibliche Politiker ehrlich.