Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2010, Blatt 2

Stefan Steidel

Grundlagen der Mathematik 1

Abgabetermin: Montag, 19/04/2010, 10:00

Aufgabe Nummer 8 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nur von den Fernstudenten zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 5:

(a) Seien X, Y und Z Aussagen. Man beweise:

(1) $(X \vee Y) \wedge Z \Longleftrightarrow (X \wedge Z) \vee (Y \wedge Z)$ und $(X \wedge Y) \vee Z \Longleftrightarrow (X \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$ (*Distributivgesetze*).

(2) $\neg(X \vee Y) \Longleftrightarrow \neg X \wedge \neg Y$ und $\neg(X \wedge Y) \Longleftrightarrow \neg X \vee \neg Y$ (*Regeln von de Morgan*).

(b) Drücke die folgende Aussage in Worten aus: $\forall\, m \in \mathbb{N},\ \forall\, n \in \mathbb{N}\ :\ m \geq n \implies \exists\, l \in \mathbb{N}\ :\ m = n + l$.

Aufgabe 6:

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

(a) Zu jedem Vorschlag gibt es jemanden, der den Vorschlag kritisiert.

(b) In manchen Häusern haben nicht alle Wohnungen fließendes Wasser.

(b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(a) Jede ganze Zahl ist ein Vielfaches von drei.

(b) Die Summe von je zwei ungeraden Zahlen ist gerade.

Aufgabe 7: Seien M, N, P Mengen. Man beweise:

(a) $(M \cap N) \cap P = M \cap (N \cap P)$ und $(M \cup N) \cup P = M \cup (N \cup P)$ (*Assoziativgesetze*).

(b) $M \cup \emptyset = M$ und $(M \subseteq N \Longrightarrow M \cap N = M)$ (*Identitätsgesetze*).

(c) $M \subseteq N \Longrightarrow (M \cup (N \backslash M) = N$ und $M \cap (N \backslash M) = \emptyset)$ (*Komplementgesetze*).

Aufgabe 8: Seien M, N Mengen und $f : M \longrightarrow N$ eine Abbildung. Man beweise die folgenden Aussagen:

(a) f ist injektiv $\Longleftrightarrow\ \exists\, g : N \longrightarrow M$, so dass $g \circ f = \mathrm{id}_M$.

(b) f ist surjektiv $\Longleftrightarrow\ \exists\, g : N \longrightarrow M$, so dass $f \circ g = \mathrm{id}_N$.