

## Grundlagen der Mathematik 1

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 1 (1P).** Ordne die folgenden Brüche in aufsteigender Reihenfolge:

$$\frac{27}{12}, \frac{47}{27}, \frac{109}{47} \quad \frac{47}{27} < \frac{27}{12} < \frac{109}{47}$$

**Aufgabe 2 (1P).** Vereinfache den folgenden Term:

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} = x - y$$

**Aufgabe 3 (1P).** Berechne den Abstand der beiden Punkte

$$P = (-1, 2) \text{ und } Q = (2, 6)$$

im  $\mathbb{R}^2$ . Der Abstand ist  $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ .

**Aufgabe 4 (2P).** Entscheide für welche Werte von  $a \in \mathbb{R}$  die Gleichung

$$x^2 + 4x = a - 10$$

reelle Lösungen hat und gib diese auch an.

$$a \in [6, \infty) \quad x_{1/2} = -2 \pm \sqrt{a - 6}$$

Löse  $x^2 + 4x + 10 - a = 0$ .

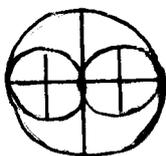
$$\begin{aligned} \Rightarrow x_{1,2} &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(10 - a)}}{2} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{4a - 24}}{2} \\ &= -2 \pm \sqrt{a - 6} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  reelle Lösungen, falls  $a \geq 6$ .

**Aufgabe 5 (1P).** Berechne das folgende Integral:

$$\int_0^3 3x^2 - 6x + 1 \, dx = [x^3 - 3x^2 + x]_0^3 = 27 - 27 + 3 - 0 = 3$$

**Aufgabe 6 (1P).** In einer Pizzeria erhalten Sie entweder 2 Pizzen mit 15 cm Durchmesser oder 1 Pizza mit 30 cm Durchmesser zum Preis von 10 Euro. Welches ist das bessere Angebot, wenn Du hungrig bist? Oder sind beide Angebote gleich gut? Begründe Deine Antwort.



Die beiden 15cm-Pizzen passen vollständig in die 30cm-Pizza. Also ist die 30cm-Pizza das bessere Angebot.

Alternative:

$$\begin{aligned} A_{30} &= \pi (15 \text{ cm})^2 \\ A_{15 \cdot 2} &= 2\pi (7,5 \text{ cm})^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \pi (15 \text{ cm})^2 \\ \Rightarrow A_{30} &= 2 \cdot A_{15 \cdot 2} \end{aligned}$$

## Grundlagen der Mathematik 1

**Aufgabe 7 (1P).** Halbiert man die lange Seite eines DIN A4 Papiers, so erhält man ein DIN A5 Papier. Beide Papierstücke sind zueinander ähnlich, das heißt ihre Seitenverhältnisse und Winkel stimmen überein. In welchem Verhältnis steht die lange Seite zur kurzen?

$a$ : lange Seite DIN A5       $c$ : Verhältnis lange zu kurze Seite  
 $b$ : kurze Seite DIN A5

$$\Rightarrow c = \frac{a}{b} \text{ (DIN A5)} \quad \text{und} \quad c = \frac{2b}{a} \text{ (DIN A4)}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2b}{a}$$

$$\Rightarrow a^2 = 2b^2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{c = \frac{a}{b} = \sqrt{2}}}$$

**Aufgabe 8 (2P).** Ein Angestellter hat die Wahl, entweder vor oder nach Abzug von Steuern 1946 Euro seines Einkommens jährlich anzulegen. Im ersten Fall muss er bei der Auszahlung des gesamten Sparguthabens (nach  $n$  Jahren) denselben Prozentsatz  $q$  an Steuern zahlen, wie er im zweiten Fall vor dem Anlegen abführen muss. Angenommen er würde das Kapital in beiden Fällen zu einem festen Jahreszinssatz  $p$  auf  $n$  Jahre anlegen, welche Variante ist dann für den Angestellten besser, oder besteht kein Unterschied? Hängt es evtl. von weiteren Faktoren (Zinssatz, Kapitalhöhe oder Anlagedauer) ab? Begründe Deine Antwort.

$$\underline{\text{1. Fall:}} \quad K_1 = \left( \sum_{i=0}^n 1946 \cdot (1+p)^i \right) \cdot (1-q)$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{2. Fall:}} \quad K_2 &= \sum_{i=0}^n (1946 \cdot (1-q)) \cdot (1+p)^i \\ &= (1-q) \cdot \sum_{i=0}^n 1946 \cdot (1+p)^i \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K_1 = K_2}}$$

Punkte