

## Grundlagen der Mathematik 1

Die Aufgaben des ersten Übungsblattes sind als Präsenzaufgaben für die Übungsstunden der ersten Woche gedacht.

**Aufgabe 1:** Seien  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  Aussagen. Man beweise:

- (a)  $(X \vee Y) \vee Z \iff X \vee (Y \vee Z)$  und  $(X \wedge Y) \wedge Z \iff X \wedge (Y \wedge Z)$  (Assoziativgesetze).
- (b)  $X \vee Y \iff Y \vee X$  und  $X \wedge Y \iff Y \wedge X$  (Kommutativgesetze).
- (c)  $(\neg X \implies f) \iff X$ .

**Aufgabe 2:**

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

- (1) Studierende, die in der Mensa essen, haben eine Mensakarte.
- (2) Es gibt Personen, die in der Mensa essen und keine Mensakarte haben.
- (3) Alle Personen, die in der Mensa essen, sind Studierende.
- (4) In einigen Universitäten haben nicht alle Naturwissenschaften, die dort gelehrt werden, einen eigenen Fachbereich.
- (5) Es gibt keine kleinste ganze Zahl.

(b) Beweise oder widerlege Aussage (5).

**Aufgabe 3:**

(a) Drücke die folgenden Aussagen in Worten aus und, falls eine Aussage falsch sein sollte, ersetze sie dabei durch ihre Negation.

- (1)  $\forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : m = n \cdot n$ ,
- (2)  $\exists m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : (m = n + 2) \wedge (m^n = n^m)$ .

(b) Drücke die folgenden Aussagen in Symbolen aus:

- (1) Zwischen je zwei verschiedenen rationalen Zahlen gibt es eine weitere rationale Zahl.
- (2) Es gibt keine größte Primzahl in den natürlichen Zahlen.

**Aufgabe 4:** Welche der folgenden Schlussfolgerungen sind korrekt?

- (a) Falls es anfängt zu regnen, wird die Straße nass. Aber, da die Straße nicht nass werden wird, wird es auch nicht regnen.
- (b) Wenn ich nicht hart arbeite, werde ich einschlafen. Ich befürchte, ich werde nicht einschlafen. Also befürchte ich, dass ich hart arbeiten werde.