

Grundlagen der Mathematik 1

Abgabetermin: Dienstag, 26.04.2011, 10:00

Aufgabe Nummer 8 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nur von den Fernstudenten zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 5:

(a) Seien X , Y und Z Aussagen. Man beweise:

(1) $(X \wedge Y) \vee Z \iff (X \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$ (*Distributivgesetz*).

(2) $\neg(X \vee Y) \iff \neg X \wedge \neg Y$ (*Regel von de Morgan*).

(b) Drücke die folgende Aussage in Worten aus: $\forall m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} : m \neq n \implies \exists l \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} : m = n + l$.

(c) Drücke die folgende Aussage in Symbolen aus: Ist ein Element einer Menge M kleiner als ein Element einer Menge N , so liegt die Differenz der beiden Elemente im Schnitt der beiden Mengen.

Aufgabe 6:

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

(1) In jedem Apfel wohnt ein Wurm.

(2) Manchmal kommt die Bahn pünktlich.

(b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(1) Die Differenz zweier ganzer Zahlen ist stets ungerade.

(2) Die Summe von je zwei ungeraden Zahlen ist stets gerade.

Aufgabe 7:

(a) Sei M eine Menge. Unter den folgenden sechs Aussagen sind einige nur verschiedene Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts:

$$\begin{array}{lll} (1) \{x\} \subseteq M & (2) \{x\} \in M & (3) x \in M \\ (4) \{x\} \cap M \neq \emptyset & (5) M \setminus \{x\} \neq \emptyset & (6) \{x\} \setminus M = \emptyset \end{array}$$

Finde heraus, welche das sind und begründe Deine Antwort.

(b) Seien M, N, P Mengen mit $M \subseteq P$ und $N \subseteq P$. Beweise die *Regeln von de Morgan*:

$$(1) P \setminus (M \cup N) = (P \setminus M) \cap (P \setminus N). \quad (2) P \setminus (M \cap N) = (P \setminus M) \cup (P \setminus N).$$

Aufgabe 8: Seien M, N nicht-leere Mengen und $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung. Man beweise die folgenden Aussagen:

(a) f ist injektiv $\iff \exists g : N \rightarrow M$, so dass $g \circ f = \text{id}_M$.

(b) f ist surjektiv $\iff \exists g : N \rightarrow M$, so dass $f \circ g = \text{id}_N$.