

Grundlagen der Mathematik 1

Abgabetermin: Montag, 21.06.2015, 12:00

Alle Aufgaben sind zu bearbeiten und einzureichen, eine der Aufgaben wird jedoch nicht von den Übungsleitern korrigiert, sondern nur in der Übung besprochen.

Aufgabe 33: Zeige, ist $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ gleichmäßig stetig mit $f(0) = 0$, so gibt es eine Konstante $K > 0$ mit

$$f(x) \leq 1 + K \cdot x$$

für alle $x \in [0, \infty)$.

Aufgabe 34: Zeige, daß die folgende Funktionenfolge $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ punktweise konvergiert, bestimme ihre Grenzfunktion und untersuche die Funktionenfolge auf gleichmäßige Konvergenz:

$$f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{2nx}{1 + |nx|}.$$

Aufgabe 35:

a. Überprüfe die Funktionen

$$f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x^n \cdot (\cos(\frac{1}{x}) - 1), & \text{für } x > 0, \\ 0, & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

für $n \in \{0, 1, 2\}$ auf Stetigkeit in 0, Differenzierbarkeit in 0 und stetige Differenzierbarkeit auf $[0, \infty)$.

b. Bestimme für die folgenden Funktionen $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ den Definitionsbereich U und berechne ihre Ableitung:

(i) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^5}\right)$.

(ii) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \arctan(x)$.

(iii) $f(x) = \frac{1 + \cos(x)}{1 - \cos(x)}$.

c. Berechne alle Extrema der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{4}}$.

Aufgabe 36:

a. Zeige, sind $s, c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen mit $s' = c$, $c' = -s$, $c(0) = 1$ und $s(0) = 0$, dann ist $s = \sin$ und $c = \cos$.

b. Sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar mit $f(0) = 0$ und $f' : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ streng monoton wachsend. Zeige, dann ist auch die folgende Funktion streng monoton wachsend auf $[0, \infty)$:

$$g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & \text{für } x > 0, \\ f'(0), & \text{für } x = 0. \end{cases}$$



Einladung zur Mathefete

St. Dino's Day – Die Fete am Ende des Regenbogens

Wann? Donnerstag, den 11. Juni 2015 ab 19 Uhr

Wo? Vor und im Kramladen

Was? Grill, Biergarten, Guinness, Cider, Cocktails, Band, DJ u. v. m.

Eintritt? 2 Euro, aber bis 20 Uhr frei