

Grundlagen der Mathematik 1

Abgabe: Freitag, 16.10.2026, sobald die Einteilung fertig ist

Die Präsenzaufgaben werden in der Übungsstunde bearbeitet. Ihre Lösungen brauchen nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 1: Seien X , Y und Z Aussagen. Man beweise die folgenden Aussagen mittels Wahrheitstafeln, f steht dabei für "falsch":

(a) $(X \wedge Y) \vee Z \iff (X \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$ (*Distributivgesetz*).

(b) $(\neg X \implies f) \iff X$.

Aufgabe 2:

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

(1) Jedes Haus hat eine Tür.

(2) Manchmal geht meine Uhr falsch.

(3) In einigen Universitäten haben nicht alle Naturwissenschaften, die dort gelehrt werden, einen eigenen Fachbereich.

(b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(1) Die Differenz zweier ungerader Zahlen ist stets gerade.

(2) Das Produkt von je zwei ganzer Zahlen ist stets positiv.

Aufgabe 3:

(a) Drücke die folgenden Aussagen in Worten aus und, falls eine Aussage falsch sein sollte, ersetze sie dabei durch ihre Negation.

(1) $\forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : m = n \cdot n$,

(2) $\exists m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : (m = n + 2) \wedge (m^n = n^m)$.

(b) Drücke die folgenden Aussagen in Symbolen aus:

(1) Zwischen je zwei verschiedenen rationalen Zahlen gibt es eine weitere rationale Zahl.

(2) Es gibt keine größte Primzahl in den natürlichen Zahlen.

Präsenzaufgabe 1: Seien M, N, P Mengen mit $M \subseteq P$ und $N \subseteq P$. Beweise die folgende *Regel von de Morgan*:

$$P \setminus (M \cup N) = (P \setminus M) \cap (P \setminus N).$$

Präsenzaufgabe 2: Sei M eine Menge. Unter den folgenden sechs Aussagen sind einige nur verschiedene Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts:

- | | | |
|-----------------------------------|--|-------------------------------------|
| (1) $\{x\} \subseteq M$ | (2) $\{x\} \in M$ | (3) $x \in M$ |
| (4) $\{x\} \cap M \neq \emptyset$ | (5) $M \setminus \{x\} \neq \emptyset$ | (6) $\{x\} \setminus M = \emptyset$ |

Finde heraus, welche das sind und begründe Deine Antwort.

Präsenzaufgabe 3: Seien L, M, N Mengen und $f : L \rightarrow M$, $g : M \rightarrow N$ Abbildungen. Beweise oder widerlege - durch Gegenbeispiel - die folgenden Aussagen:

- (a) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.
- (b) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist f surjektiv.

Präsenzaufgabe 4: Seien M, N Mengen, $A_1, A_2 \subseteq M$ und $B, B_1, B_2 \subseteq N$ Teilmengen und $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung. Beweise die folgenden Aussagen:

- (a) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$.
- (b) $f(A_1 \cap A_2) \subseteq f(A_1) \cap f(A_2)$.

Finde in (b) zudem ein Beispiel, wo die Inklusion eine echte Inklusion ist.