

## Geometrie

Die Aufgaben sind Präsenzaufgaben und sollen bis zur nächsten Vorlesungseinheit vorbereitet werden.

**Aufgabe 3:** Konstruiere die Konchoide des Nikomedes mit Cinderella und halte den Parameter  $k$  dabei variabel.

**Aufgabe 4:** Gegeben seien zwei verschiedene Punkte  $P$  und  $Q$  in der Ebene sowie eine positive Zahl  $k$ . Konstruiere mit Cinderella die Ortskurve

$$E_{P,Q,k} = \{R \in \mathbb{R}^2 \mid |PR| + |QR| = k\}.$$

Beschreibe die Menge der Punkte von  $E_{P,Q,k}$  im Fall  $P = (-e, 0)$  und  $Q = (e, 0)$  durch eine Gleichung. Was passiert, wenn man  $P = Q$  zuläßt?

### **Aufgabe 5: [Strophoide]**

Führe in Cinderella folgende Konstruktion durch: Ziehe in einem Kreis mit dem Mittelpunkt  $O$  und dem Radius  $0 < b \in \mathbb{R}$  den Durchmesser  $SOX$  und konstruiere die dazu senkrechte Gerade  $g$  durch  $O$ . Zeichne nun einen beliebigen Strahl durch  $S$ , der den Kreis in  $A$  und die Gerade  $g$  in  $B$  schneidet. Der Punkt  $P$  auf dem Strahl mit  $|SP| = |AB|$  beschreibt bei Drehung des Strahls um  $S$  eine Ortskurve, die Strophoide genannt wird.

### **Aufgabe 6: [Pascalsche Schnecke]**

Es seien  $a, b \in \mathbb{R}_{>0}$  zwei positive Zahlen,  $P = (0, 0)$ ,  $M = (b/2, 0)$  und  $K = k(M, b/2)$  der Kreis um  $M$  mit Radius  $b/2$ . Wir betrachten die Menge

$$S_{a,b} = \{r \cdot e^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid r = a + b \cdot \cos(\varphi)\}.$$

Zeige, daß

$$S_{a,b} = \{Q \in \mathbb{R}^2 \mid \{Z, P\} = K \cap \overline{PQ} \Rightarrow |ZQ| = a\}.$$

Finde eine Gleichung der Ortskurve und konstruiere sie mit Cinderella.

### **Aufgabe 7: [Hypozykloide]**

Rollt man einen Kreis vom Radius  $1/3$  innen an einem Kreis vom Radius  $1$  ab und verfolgt dabei die Bahn eines festen Punktes  $P$ , so erhält man eine Ortskurve, die

*Hypozykloide* genannt wird. Konstruiere sie mit Cinderella. Finde eine Parametrisierung mittels trigonometrischer Funktionen und finde eine Gleichung die die Kurve beschreibt, wenn der Mittelpunkt des großen Kreises der Ursprung in der Ebene ist. Was passiert, wenn man  $\frac{1}{3}$  durch einen anderen Bruch ersetzt? Was passiert, wenn man den kleineren Kreis außen auf dem großen Kreis abrollt?

**Aufgabe 8:** Finde Literatur, in der die Konstruktion der Winkeldreiteilung mit Hilfe der Konchoide beschrieben wird. Führe die Konstruktion durch und beweise die Korrektheit des Verfahrens.

**Aufgabe 9:** Was ist die *Quadratrix*? Wie kann man mit ihrer Hilfe die Quadratur des Kreises durchführen?