FB Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2011, Blatt 5

Pablo Luka

Geometrie

Abgabetermin: Freitag, 01.07.2011, 10:00 Uhr

Aufgaben 20 braucht die Vorlesung vom 1.7. und sollte für die Übung vorbereitet werden.

Aufgabe 17: Beweise, daß sich je zwei verschiedene Geraden in der projektiven Ebene in einem Punkt schneiden.

Aufgabe 18: Berechne die Schnittpunkte der projektiven Kurve $V(x^3z + 2xyz^2 - 3xz^3 + x^4 - x^3y)$ mit der unendlich fernen Geraden $V(z)$.

Aufgabe 19:

a. Es sei $F \in K[x, y, z]$ ein homogenes Polynom mit $z \nmid F$. Zeige, F ist genau dann irreduzibel in $K[x, y, z]$, wenn F^{dh} irreduzibel in $K[x, y]$ ist.

b. Es sei $h \in \mathbb{C}[x, y]$ ein homogenes Polynom vom Grad d. Zeige, daß es komplexe Zahlen $a_i, b_i \in \mathbb{C}$, $i = 1, \ldots, d$, gibt mit

$$h = (a_1 \cdot x - b_1 \cdot y) \cdots (a_d \cdot x - b_d \cdot y).$$

c. Es seien $G, H \in \mathbb{C}[x, y, z] \setminus \mathbb{C}$ zwei homogene Polynome mit $V(G) \subseteq V(H)$. Zeige, ist G irreduzibel, so gilt $G \mid H$.

Hinweis, in Teil c. führe die Aussage durch Dehomogenisierung auf das Lemma von Study zurück.

Aufgabe 20:

a. Visualisiere mit `surfex` ein Modell der projektiven Ebene mit den drei Koordinatenachsen $V(x)$, $V(y)$ und $V(z)$.

b. Bilde den projektiven Abschluß von drei parallelen affinen Geraden und visualisiere diese dann mit `surfex`.

c. Homogenisiere $xy - 1$ und visualisiere die zugehörigen ebenen affinen und projektiven Kurven mit `surfex`.