Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2014, Blatt 1

Höhere Mathematik Funktionentheorie

Die Aufgaben sind Präsenzaufgaben und brauchen nicht zur Korrektur eingereicht zu werden. Sie werden in den Übungsstunden bearbeitet und besprochen.

Aufgabe 1: Bestimme für die folgenden komplexen Zahlen z den Realteil, den Imaginärteil, das Argument, den Betrag, das komplex Konjugierte und das multiplikative Inverse:

$$z = \frac{4i}{1+i} \quad \text{bzw.} \quad z = \frac{(2+2i)^7}{(1-i)^3} \quad \text{bzw.} \quad z = (1-i) \cdot e^{\frac{i \cdot 3 \cdot \pi}{2}}.$$

Aufgabe 2: Berechne für die komplexen Zahlen $z = 1 - i$ und $w = 1 + 3i$ die Zahl

$$\frac{z}{\overline{w} - z^2}$$

Aufgabe 3: Die Zahl $0 \neq z \in \mathbb{C}$ habe das Argument α und den Betrag r.
Bestimme $\mathrm{Re}(z)$, $\mathrm{Im}(z)$, $\overline{z}$, z^{-1} und z^n für $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4: Skizziere in der komplexen Zahlenebene die Mengen

- $M_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \mathrm{Im}(z) > 0\}$
- $M_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1, \mathrm{Im}(z) \geq 0\}$
- $M_3 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \mathrm{Im}(z) \geq 0, z \neq \frac{1}{2}i\}$
- $M_4 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \mathrm{Im}(z) > 0\} \setminus \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z) = 0, \mathrm{Im}(z) \leq \frac{1}{2}\}$
- $M_5 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 5, |z + 1 + i| > 1\}$
- $M_6 := \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z) \geq 0, \mathrm{Im}(z) \geq 0, \mathrm{Re}(z) \cdot \mathrm{Im}(z) \leq 1\}$

Aufgabe 5: Bestimme alle komplexen Zahlen, die der Gleichung

$$\frac{z-3}{z-i} + \frac{z-4+i}{z-1} = 2 \cdot \frac{-3+2i}{z^2 - (1+i) \cdot z + i}$$

genügen.

Aufgabe 6: Bestimme die Lösungen der beiden quadratischen Gleichungen

$$z^2 - 4iz + 4z - 8i = 0$$

und

$$z^2 + 2 \cdot (1+i) \cdot z = 1 - 3i.$$

Aufgabe 7: Zerlege die Polynomfunktion $f(x) = x^4 + x^3 + 2x - 4$ in Linearfaktoren.