

Höhere Mathematik Funktionentheorie

Abgabetermin: Montag, 19/05/2014, 10:00

Die Aufgaben müssen zur Korrektur eingereicht werden und die Punkte zählen bei der Zulassung zur Klausur. Eine Abgabe in Kleingruppen ist nicht zulässig.

Aufgabe 8: (4 Punkte)

Bestimme für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ alle Quadratwurzeln aus der Zahl $\left(\frac{i-1}{i+1}\right)^n$.

Aufgabe 9: (20 Punkte)

Überprüfe für jede der unten stehenden Mengen, welche der folgenden Eigenschaften sie erfüllt:

offen, abgeschlossen, konvex, wegzusammenhängend,
beschränkt, kompakt, Gebiet, einfach zusammenhängend.

Begründe Deine Antwort kurz.

- $M_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1, \operatorname{Im}(z) + \operatorname{Re}(z) \geq 0\}$
- $M_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2, z \neq i\}$
- $M_3 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \operatorname{Im}(z) > 0\} \setminus \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = 0, \operatorname{Im}(z) \leq \frac{1}{2}\}$
- $M_4 := \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 5\}$
- $M_5 := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = 0, -1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$

Aufgabe 10: (8 Punkte)

Bestimme den Rand der Mengen M_2 und M_4 in Aufgabe 9.

Aufgabe 11: (8 Punkte)

Überprüfe die folgenden komplexen Zahlenfolgen $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz:

- $z_n = \frac{(3n+i) \cdot (n+i) - 5i \cdot (n^2-1)}{1+n+n^2}$.
- $z_n = \frac{\exp(i \cdot n)}{n}$.

Aufgabe 12: (6 Punkte)

Wie im Reellen ist der Konvergenzradius r einer Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ durch $r = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$ gegeben, sofern dieser Grenzwert existiert. Zeige, der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot z^{n-1}$ ist dann auch r .

Aufgabe 13: (4 Punkte)

Wir betrachten nochmal den Serienschwingkreis aus Bemerkung 3.8 mit einem ohmschen Widerstand R , einem idealen Kondensator mit Kapazität C und einer Spule mit Induktivität L . Die Resonanzfrequenz des Schwingkreises ist die Frequenz, für die die Phasenlagen φ_u der Spannung und φ_i des Stroms übereinstimmen. Berechne diese.