Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2015, Blatt 2

Höhere Mathematik Funktionentheorie

Abgabetermin: Montag, 18/05/2015, 10:00

Die Aufgaben müssen zur Korrektur eingereicht werden und die Punkte zählen bei der Zulassung zur Klausur. Eine Abgabe in Kleingruppen ist nicht zulässig.

Aufgabe 8: (4 Punkte)

Bestimme für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ alle Quadratwurzeln aus der Zahl $\left(\frac{i+1}{i-1}\right)^n$.

Aufgabe 9: (20 Punkte)

Überprüfe für jede der unten stehenden Mengen, welche der folgenden Eigenschaften sie erfüllt:

offen, abgeschlossen, beschränkt, kompakt
wegzusammenhängend, Gebiet, einfach zusammenhängend.

Begründe Deine Antwort kurz.

- $M_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \geq 1, \operatorname{Im}(z) - \operatorname{Re}(z) \leq 0\}$
- $M_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 4, z \neq i\}$
- $M_3 := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \operatorname{Im}(z) > 0\} \setminus \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = 0, \operatorname{Im}(z) \geq \frac{1}{2}\}$
- $M_4 := \{z \in \mathbb{C} : 3 < |z+2| < 5\}$
- $M_5 := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) = 0, -1 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 1\}$

Aufgabe 10: (8 Punkte)

Bestimme den Rand der Mengen M_2 und M_4 in Aufgabe 9.

Aufgabe 11: (8 Punkte)

Überprüfe die folgenden komplexen Zahlenfolgen $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz:

a. $z_n = \frac{(4n^2+2i)\cdot(n-i)-5i\cdot(n^3-1)}{1+2n+4n^2}$.

b. $z_n = \frac{\exp(i\cdot n)}{n^3}$.

Aufgabe 12: (6 Punkte)

Wie im Reellen ist der Konvergenzradius r einer Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ durch $r = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$ gegeben, sofern dieser Grenzwert existiert. Zeige, der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot z^{n-1}$ ist dann auch r.

Aufgabe 13: (4 Punkte)

Wir betrachten nochmal den Serienschwingkreis aus Bemerkung 3.8 mit einem ohmschen Widerstand R, einem idealen Kondensator mit Kapazität C und einer Spule mit Induktivität L. Die Resonanzfrequenz des Schwingkreises ist die Frequenz, für die die Phasenlagen φ_u der Spannung und φ_i des Stroms übereinstimmen. Berechne diese.