Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2020
Blatt 4

Lineare Algebra 2 - Multilineare Algebra

Abgabetermin: Donnerstag, 18.06.2020, 10:00

Aufgabe 13: Bestimme für die K-Vektorräume

$$U = \{(x_1, \ldots, x_m)^t \in K^m \mid x_1 + \ldots + x_m = 0\}$$

mit $m \geq 2$ und

$$V = \text{Lin}\left((1, \ldots, 1)^t\right) \leq K^n$$

mit $n \geq 1$ eine Basis von $U \otimes_K V$.

Aufgabe 14: Es sei V ein K-Vektorraum und $x, y \in V$.
Zeige, genau dann gilt $x \otimes y = y \otimes x$, wenn x und y linear abhängig sind.

Aufgabe 15: Es seien V und W zwei K-Vektorräume, $(x_1, \ldots, x_n) \subset V$ linear unabhängig und $(y_1, \ldots, y_n) \subset W$, $(z_1, \ldots, z_n) \subset W$ mit $\sum_{i=1}^n x_i \otimes y_i = \sum_{i=1}^n x_i \otimes z_i$. Dann gilt $y_i = z_i$ für alle $i = 1, \ldots, n$.

Aufgabe 16: Seien U, V und W K-Vektorräume.

(a) Zeige, es gibt genau eine K-lineare Abbildung

$$\psi : (U \otimes V) \otimes W \longrightarrow U \otimes V \otimes W$$

mit

$$\psi\big((x \otimes y) \otimes z\big) = x \otimes y \otimes z$$

für alle $x \in U$, $y \in V$ und $z \in W$, und ψ ist ein Isomorphismus.

(b) Zeige, es gibt genau eine K-lineare Abbildung

$$\psi : (U \oplus V) \otimes W \longrightarrow (U \otimes W) \oplus (V \otimes W)$$

mit

$$\psi\big((x, y) \otimes z\big) = (x \otimes z, y \otimes z)$$

für alle $x \in U$, $y \in V$ und $z \in W$, und ψ ist ein Isomorphismus.