Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig Sommersemester 2020

Zusatzblatt Algebraische Strukturen & Multilineare Algebra

Aufgabe 1: Bestimme alle $x \in \mathbb{Z}$, die das Kongruenzgleichungssystem

$$\begin{aligned} x &\equiv 1 \bmod 3 \\ x &\equiv 3 \bmod 5 \\ x &\equiv 2 \bmod 7 \end{aligned}$$

lösen.

Aufgabe 2: Benutze den chinesischen Restsatz, um alle ganzen Zahlen mit Endziffer 5 zu bestimmen, die um 1 größer als ein Vielfaches von 3 und um 1 kleiner als ein Vielfaches von 7 sind.

Aufgabe 3: Sei K ein Körper.

(a) Sei V ein K-Vektorraum und sei $(v_1, \ldots, v_n)$ eine Familie von linear unabhängigen Vektoren in V. Seien $v_1', \ldots, v_n' \in V$, und seien $U := \langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ und $U' := \langle v_1', \ldots, v_n' \rangle$ zwei Unterräume von V. Zeige, dass $U = U'$ genau dann gilt, wenn ein $\lambda \in K \backslash \{0\}$ existiert, sodass $v_1 \wedge \cdots \wedge v_n = \lambda(v_1' \wedge \cdots \wedge v_n')$.

(b) Schlussfolgere, dass die Abbildung

$$\begin{aligned} G(k,n) &\to \mathbb{P}\left(\bigwedge^k K^n\right) \\ \langle v_1, \ldots, v_k \rangle &\mapsto \overline{v_1 \wedge \cdots \wedge v_k} \end{aligned}$$

wohldefiniert ist.

Aufgabe 4: Sei $E := (e_1, \ldots, e_4)$ die Standardbasis des $\mathbb{R}^4$.

(a) Sei $\alpha := e_1 \wedge e_2 + e_1 \wedge e_3 + e_2 \wedge e_4 + e_3 \wedge e_4 \in \bigwedge^2 \mathbb{R}^4$ gegeben. Bestimme (falls möglich) den 2-dimensionalen Unterraum von $\mathbb{R}^4$, der unter der Plückereinbettung auf $\overline{\alpha} \in \mathbb{P}\left(\bigwedge^2 \mathbb{R}^4\right)$ abgebildet wird.

(b) Ist es möglich einen Unterraum wie in (a) für $\beta := e_1 \wedge e_2 + e_3 \wedge e_4 \in \bigwedge^2 \mathbb{R}^4$ zu bestimmen?