

## Lineare Algebra 2 - Multilineare Algebra

Abgabetermin: Donnerstag, 04.12.2025, 10:00

**Aufgabe 7:** Es seien  $f \in \text{Hom}_K(V, W)$  und  $g \in \text{Hom}_K(V', W')$  zwei  $K$ -lineare Abbildungen. Beweise die folgenden Aussagen oder gib ein Gegenbeispiel an:

- (a) Wenn  $f$  und  $g$  injektiv sind, dann ist auch  $f \otimes g$  injektiv.
- (b) Wenn  $f \otimes g$  injektiv ist, dann sind auch  $f$  und  $g$  injektiv.

**Aufgabe 8:** Seien  $U, V$  und  $W$  endlich-dimensionale  $K$ -Vektorräume. Zeige, es gibt genau einen Isomorphismus

$$\varphi : \text{Hom}_K(U, V) \otimes_K W \longrightarrow \text{Hom}_K(U, V \otimes_K W),$$

so daß

$$\varphi(f \otimes w) : U \longrightarrow V \otimes_K W : u \mapsto f(u) \otimes w$$

für alle  $f \in \text{Hom}_K(U, V)$  und  $w \in W$  gilt.

**Präsenzaufgabe 7:** Es seien  $A, C \in \text{Mat}_m(K)$  und  $B, D \in \text{Mat}_n(K)$  quadratische Matrizen.

- (a) Zeige,  $(A \circ C) \otimes (B \circ D) = (A \otimes B) \circ (C \otimes D)$ .
- (b) Zeige,  $\det(A \otimes B) = \det(A)^n \cdot \det(B)^m$

**Präsenzaufgabe 8:** Bestimme die Dehninvariante eines gleichseitigen Tetraeders mit Seitenlänge 1 und zeige, daß sie nicht der Nulltensor ist.