Himmelsmechanik.

Kap. I. Vorbegriffe aus der analytischen Mechanik.

1. Abschnitt. Lagrange-Gleichungen.

1. Hamilton'sches Prinzip.

Wir gehen aus von einem mechanischen System mit n Freiheitsgraden, dessen generalisierte Koordinaten x_α ($\alpha = 1, 2, .., n$) seien. Vorausgesetzt wird die Existenz einer Kräftefunktion, also ein konservatives Kräftesystem. $f(x\dot{x})$ bedeute im Folgenden eine Funktion von ($x_1\ x_2 \ldots x_n\ \dot{x}_1 \ldots \dot{x}_n$). Dann ist die kinetische Energie

$$(1) \quad T(x\dot{x}) = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}\, \dot{x}_\alpha \dot{x}_\beta$$

wo die Koeffizienten $g_{\alpha\beta}$ die Koordinaten x_α enthalten. Die Kräftefunktion U(x), eine Funktion der Lage, ergibt sich aus

$$(2) \quad dA = \frac{\partial U}{\partial x_\alpha} dx_\alpha$$

Hierbei ist über doppelt auftretende Indices zu summieren, welche Vorschrift ein für allemal gelten soll.

Dann wird die sog. Lagrange-Funktion definiert durch

$$(3) \quad \mathcal{L}(x\dot{x}) = T(x_1 \ldots x_n \dot{x}_1 \ldots \dot{x}_n) + U(x_1 \ldots x_n)$$

Durch Nullsetzen der Variation des Integrals $J = \int_{t_0}^{t} \mathcal{L}(x\dot{x})\, dt$ ergibt sich das Hamilton'sche Prinzip

$$(4) \quad \delta \int_{t_0}^{t} \mathcal{L}(x\dot{x})\, dt = 0.$$