aus dem sich als die Lagrange-Gleichungen dieses Variationsproblems falls t_0 und t nicht variiert werden, die Differentialgleichungen der Bewegung ergeben, nämlich

$$(5) \quad \mathcal{L}_\alpha \equiv \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\alpha} = 0 \qquad (\alpha = 1, 2 \cdots n).$$

Das sind im Allgemeinen n - Differentialgleichung 2. Ordnung für die Funktion $x_\alpha(t)$.

Die folgenden mathematischen Ausführungen erstrecken sich auf beliebige Funktionen $L(x\dot{x})$, die also nicht die spezielle Form $U(x) + T(x\dot{x})$ wie in der Mechanik haben.

Wir setzen

$$(6) \quad p_\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha} \quad ;$$

in der Mechanik werden die $p_\alpha = g_{\alpha\beta}\,\dot{x}_\beta$ generalisierte Impulskomponenten genannt. Wir definieren die Hamilton'sche Funktion

$$(7) \quad \mathcal{H}(x\dot{x}) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha}\dot{x}_\alpha - \mathcal{L}(x\dot{x}) = p_\alpha \dot{x}_\alpha - \mathcal{L}(x\dot{x}),$$

also im Falle der Mechanik

$$(8) \quad \mathcal{H}(x\dot{x}) = 2T - (T + U) = T(x\dot{x}) - U(x)$$

während die Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L}(x\dot{x}) = T(x\dot{x}) + U(x) \text{ hieß.}$$