Dann ist

$$\mathcal{L}^*(x, \kappa\dot{x}) = \kappa\lambda\left[\mathcal{L}\left(x\frac{\dot{x}}{\lambda}\right) + c\right] = \kappa\mathcal{L}^*(x\dot{x})$$

also $L^*(x\dot{x})$ homogen in $\dot{x}_\alpha$ von 1. Dimension, das Variationsproblem

$$\mathcal{J}^* = \int_{t_0}^{t} \mathcal{L}^*(x\dot{x})\,dt$$

ein geometrisches Problem. Es ist

$$\mathcal{L}^*_\alpha \equiv \frac{d}{dt}\left(\frac{\bar{\partial}\mathcal{L}^*}{\bar{\partial}\dot{x}_\alpha}\right) - \frac{\bar{\partial}\mathcal{L}^*}{\bar{\partial}x_\alpha}$$

wobei $\frac{\bar{\partial}}{\bar{\partial}\dot{x}_\alpha} = \frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\dot{x}_\alpha} + \frac{\partial}{\partial\dot{x}_\alpha}$ ist. Da sich ergibt

$$\frac{\partial\mathcal{L}^*}{\partial\lambda} = \mathcal{L}\left(x, \frac{\dot{x}}{\lambda}\right) + c - \frac{\lambda}{\lambda^2}\left(\dot{x}_\alpha \mathcal{J}_\alpha\left(x\frac{\dot{x}}{\lambda}\right)\right) = 0$$

nach Definitionsgleichung für λ, (da

$$\mathcal{J}_\alpha\left(x\frac{\dot{x}}{\lambda}\right) = \frac{\partial}{\partial\frac{\dot{x}}{\lambda}}\mathcal{L}\left(x\frac{\dot{x}}{\lambda}\right))$$

kann das implizite Auftreten von x_α und $\dot{x}_\alpha$ bei λ in L^* bei Bildung von $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}_\alpha}$ unberücksichtigt bleiben, sodass

$$\mathcal{L}^*_\alpha \equiv \frac{d}{dt}\left(\lambda\frac{\partial}{\partial\dot{x}_\alpha}\mathcal{L}\left(x\frac{\dot{x}}{\lambda}\right)\right) - \lambda\frac{\partial\mathcal{L}\left(x\frac{\dot{x}}{\lambda}\right)}{\partial x_\alpha} \quad \text{ist.}$$

Da nach Gl. (11^*) die L^*_α linear abhängig sind, kann noch eine Gleichung zur Bestimmung des Parameters hinzugefügt werden, als welche wir nehmen $\lambda(x\dot{x}) = 1$, d.h. $\mathcal{H}(x\dot{x}) = c$, $\mathcal{L}^*(x\dot{x}) = \mathcal{L}(x\dot{x}) + c$