

Die beiden Gleichungssysteme sind also äquivalent, sobald die Integrationskonstante h des Systems I den Wert c erhält. Mit andern Worten: Die Lösungen des Variationsproblems $\delta J = 0$, für das die Energiekonstante h den Wert c hat, sind identisch mit den Lösungen des geometrischen Problems: $\delta J^* = 0, \mathcal{H}(x, \dot{x}) = c$, wo die letzte Gleichung die Parameterbestimmungsgleichung ist.

Der Zusammenhang von I und I^* ergibt sich daraus, dass längs den Extremalen $\lambda = 1$, also

$$J^* = \int_{t_0}^t (\mathcal{L}(x, \dot{x}) + c) dt = J + c(t - t_0)$$

3. Das Maupertuis'sche Prinzip der kleinsten Wirkung.

Für den Fall der Mechanik ergeben die vorstehenden Betrachtungen sehr einfach den Zusammenhang des Hamilton'schen Prinzips, mit dem von Maupertuis. In der Mechanik ist

$$\mathcal{L} = T(x, \dot{x}) - U(x); \quad \mathcal{H} = T(x, \dot{x}) + U(x)$$

Ist von jetzt ab h die Bezeichnung für den vorgegebenen Wert der Energiekonstante, so folgt für das zugehörige geometrische Problem:

$$\frac{1}{2} T(x, \dot{x}) - U(x) = h;$$

$$\frac{1}{2} T = U + h$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{T(x, \dot{x})}{U(x) + h}}, \quad \text{wobei } \lambda \text{ formogegen von 1. Dimension in } x_2$$