Da wir aber von $L_\alpha = 0$ ausgehen, folgt

$$\frac{\partial J}{\partial c} = y_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial c} - y_\alpha^\circ \frac{\partial x_\alpha^\circ}{\partial c}\,, \quad \text{wobei } y_\alpha^\circ, x_\alpha^\circ = \begin{cases} y(t_0, c) \\ x(t_0, c) \end{cases}$$

Hängt die Lösungsschar ab von m Konstanten $c_1 \ldots c_m$, also

$$x_\alpha = x_\alpha(t, c_1 \ldots c_m)$$

$$y_\alpha = y_\alpha(t, c_1 \ldots c_m)$$

so ergeben sich ganz entsprechend für diesen Fall die Differentialquotienten der Hamilton'schen Wirkung

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \mathcal{L}(x\dot{x})\,; \quad \frac{\partial J}{\partial t_0} = -\mathcal{L}(x\dot{x})_{t_0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial c_k} = y_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_k} - y_\alpha^\circ \frac{\partial x_\alpha^\circ}{\partial c_k}$$

Das vollständige Differential ergibt sich als

$$dJ = \frac{\partial J}{\partial c_k} dc_k + \frac{\partial J}{\partial t} dt + \frac{\partial J}{\partial t_0} dt_0$$

$$= y_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_k} dc_k - y_\alpha^\circ \frac{\partial x_\alpha^\circ}{\partial c_k} dc_k + \frac{\partial J}{\partial t} dt + \frac{\partial J}{\partial t_0} dt_0$$

$$= y_\alpha (dx_\alpha - \dot{x}_\alpha dt) - y_\alpha^\circ (dx_\alpha^\circ - \dot{x}_\alpha^\circ dt_0) + \mathcal{L} dt - \mathcal{L}^\circ dt_0$$

da $dx_\alpha = \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_k} dc_k + \dot{x}_\alpha dt$