7.– Integralinvariante der Differentialgleichung im allgemeinen Fall. $T(\dot{x}) = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}\, \dot{x}_\alpha\, \dot{x}_\beta$

Im allgemeinen Fall

$$T(\dot{x}) = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}\, \dot{x}_\alpha\, \dot{x}_\beta$$

hatte sich bei der Annahme von $U(x)$ als homogen p.ter Dimension ergeben

$$(p+2)\, T = \frac{d}{dt}(xy) + ph$$
$$(p+2)\, U = \frac{d}{dt}(xy) - 2h$$
$$(p+2)\, J = 2(xy) - 2(x^0 y^0) + (p-2)\, h\, (t-t_0)$$

Innerhalb der Lösungsschar

$$x_\alpha = x_\alpha(t,\, c_1 \dots c_m)$$
$$y_\alpha = y_\alpha(t,\, c_1 \dots c_m)$$

war allgemein

$$dJ = (y\,dx) - (y^0 dx^0) - h\, d(t-t_0)$$

Berechnen wir dasselbe dI aus der Gleichung (7/6), so ergibt sich

$$(p+2)\, dJ = 2(x\,dy) + 2(y\,dx) - 2(x^0 dy^0) - 2(y^0 dx^0)$$
$$+ (p\mp 2)\, h\, d(t-t_0) + (p-2)(t-t_0)\,dh$$

Vergleiche ich das mit dem allgemeinen Wirkungsdifferential (1.19), so ergibt sich nach Multiplikation mit p + 2:

$$p(y\,dx) - 2(x\,dy) - p(y^0 dx^0) + 2(x^0 dy^0) - 2ph\, d(t-t_0) - (p-2)(t-t_0)\,dh$$
$$= 0$$