Damit ist eine Reihe von Differentialquotienten nach den Konstanten und nach t gegeben. Gleichzeitig ist eine Integralinvariante der Lösungsschar der Lagrange Differentialgleichungen gewonnen. Denn trennen wir die Gleichung folgendermassen

$$p(y\,dx) - 2(x\,dy) - 2ph\,dt - (p-2)t\,dh$$
$$= \Lambda(dx_0, dy_0, dh, dt^0)$$

so muss die rechte Seite sich auf die Form bringen lassen :

$$\Lambda = C_i\,dc_i$$

Denn zunächst kann die rechte Seite dt_0 nicht enthalten, da die linke Seite von t_0 unabhängig ist. Aus demselben Grunde können die Koeffizienten von dc_i weder t noch t_0 enthalten; sodass

$$C_i = C_i(c_1 \cdots c_m)$$

Links müssen alle Differentialquotienten nach t verschwinden und die Differentialquotienten nach c_i müssen C_i sein, also

$$p\,y_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_i} - 2x_\alpha \frac{\partial y_\alpha}{\partial c_i} - pt\frac{\partial h}{\partial c_i} = C_i(c_1 \cdots c_m)$$

Hiermit haben wir das erste Beispiel einer Integralinvariante gewonnen.

8. Anwendung auf eine Schar periodischer Lösungen.

Nehmen wir jetzt wieder an, unsere Lösungsschar habe die Periode $\tau = \tau(c_1 \cdots c_m)$, so ist für $t = t_0 + \tau$: $(x\,y) = (x_0\,y_0)$, also nach dem Vorhergehenden :