können also nicht unabhängig von einander sein, da sie nur von (n - 1) Variabeln abhängen, die Funktionaldeterminante muss verschwinden. Im Falle eines rein geometrischen Variationsproblems lassen sich also die $\dot{x}_\alpha$ nicht nach den y_α auflösen.

Ist jedoch unsere Voraussetzung für die Auflösbarkeit erfüllt, so bleibt immer noch die Frage offen, wie man die Umformung der Differentialgleichung am leichtesten erreicht. Zu dem Zweck betrachten wir die Hamilton'sche Funkton

$$\mathcal{H} = \dot{x}_\alpha y_\alpha - \mathcal{L}(x\dot{x}), \quad \text{wo } y_\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha}$$

Hierin muss man sich jetzt die $\dot{x}_\alpha$ durch die y_α ausgedrückt denken, sodass wir haben H = H(x y t),

$$d\mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_\alpha} dx_\alpha + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} dy_\alpha + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} dt$$

Aus der ursprünglichen Form von H erhalten wir

$$\begin{aligned} d\mathcal{H} &= \dot{x}_\alpha dy_\alpha + y_\alpha d\dot{x}_\alpha - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\alpha} dx_\alpha - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha} d\dot{x}_\alpha - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \\ &= \dot{x}_\alpha dy_\alpha - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\alpha} dx_\alpha - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \end{aligned}$$

da wegen $y_\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha}$ die beiden Terme $y_\alpha d\dot{x}_\alpha$ und $-\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_\alpha} d\dot{x}_\alpha$ sich wegheben. Koeffizientenvergleichung in den beiden Formen des Differentials liefert :