$$\frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha}$$

$$-\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_\alpha}$$

$$-\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$$

Unter Berücksichtigung der Lagrange-Gleichung $\frac{dy_\alpha}{dt} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\alpha} = 0$ folgen also unmittelbar die kanonischen Differentialgleichungen

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha}$$

$$\frac{dy_\alpha}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_\alpha}$$

Der Rückweg von den kanonischen Differentialgleichungen zu den Lagrange-Differentialgleichungen erfolgt mit Hilfe des Variationsproblems, aus den Lagrangegleichungen sofort, sobald wir die Funktion $L(x\dot{x})$ haben.

$$\mathcal{L}(xy) = y_\alpha \dot{x}_\alpha - \mathcal{H}(x,y) = y_\alpha \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} - \mathcal{H}(x,y)$$

In dieser Gleichung muss nun y_α durch $\dot{x}_\alpha$ ausgedrückt werden, was aus

$$\dot{x}_\alpha = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha}$$

nur dann gelingt, wenn die Funktionaldeterminante

$$\frac{\partial(\dot{x}_1 \cdots \dot{x}_n)}{\partial(y_1 \cdots y_n)} \neq 0.$$