Besonders übersichtlich wird der Rückweg, wenn man von vornherein zur Gewinnung der kanonischen Gleichungen im Variationsproblem

$$\mathcal{L}(x\dot{x}) = y_\alpha \dot{x} - \mathcal{H}(xyt)$$

setzt.

$$\delta \int_{t_0}^{t} [y_\alpha \dot{x}_\alpha - \mathcal{H}(x_1 \dots x_n, y_1 \dots y_n, t)]\, dt = 0$$

Dann ergeben sich die kanonischen Gleichungen sofort als die Lagrange'schen Gleichungen dieses Variationsproblems

$$\frac{d}{dt} y_\alpha + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_\alpha} = 0$$
$$\dot{x}_\alpha - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} = 0$$

2. Die Fundamentaldifferentialrelation der kanonischen Differentialgleichungen.

Beim Studieren der Lagrange'schen Gleichungen hatten wir eine Differentialrelation gewonnen, mit deren Hilfe wir sämtliche Sätze über Lösungsscharen unserer Differentialgleichungen leicht finden konnten. Dies veranlasst uns, auch für die kanonischen Differentialgleichungen eine Differentialbeziehung zu suchen. Zu dem Zweck betrachten wir eine 2 n parametrige Lösungsschar der kanonischen Differentialgleichungen

$$\text{(1)} \quad \begin{aligned} x_\alpha &= x_\alpha(t, c_1, \dots c_{2n}) \\ y_\alpha &= y_\alpha(t, c_1, \dots c_{2n}) \end{aligned}$$