

und bestimmen eine Funktion $W(t, c_1, \dots, c_m)$ so, dass

$$\frac{\partial W}{\partial t} = y_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} - \mathcal{H} = \mathcal{L}$$

Hierbei bedeutet $\frac{\partial x_\alpha}{\partial t}$ dasselbe wie $\frac{dx_\alpha}{dt}$

Die rechte Seite, die eine Funktion von x_α, y_α und t ist, kann man nach (1) als Funktion von (t, c_1, \dots, c_m) schreiben. Jetzt bilden wir die Differentialquotienten $\frac{\partial W}{\partial c_k}$. Zu dem Zweck differenzieren wir die Definitionsgleichung für W nach c_k :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t \partial c_k} = \frac{\partial y_\alpha}{\partial c_k} \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} + y_\alpha \frac{\partial^2 x_\alpha}{\partial t \partial c_k} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_\alpha} \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_k} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} \frac{\partial y_\alpha}{\partial c_k}$$

Infolge der kanonischen Gleichungen

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} ; \quad \frac{dy_\alpha}{dt} = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_\alpha}$$

und unter Berücksichtigung dessen, was oben über die Bedeutung von $\frac{\partial x_\alpha}{\partial t}$ gesagt wurde, folgt

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t \partial c_k} = \frac{\partial y_\alpha}{\partial c_k} \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} + y_\alpha \frac{\partial^2 x_\alpha}{\partial t \partial c_k} + \frac{\partial y_\alpha}{\partial t} \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_k} - \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} \frac{\partial y_\alpha}{\partial c_k}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial W}{\partial c_k} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(y_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial c_k} \right),$$

da das erste und letzte Glied sich aufheben.

Integration ergibt :