$$\mathcal{H} \equiv \frac{1}{2}\left(p_1^2 + \frac{c^2}{q_1^2}\right) - \mathcal{U}(q_1)$$

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_1} = p_1$$

aus $q_1 = r_1$ folgt also

$$\dot{r}_1 = p_1, \quad \mathcal{H} \equiv \frac{1}{2}\left(\dot{r}_1^2 + \frac{c^2}{r^2}\right) - \mathcal{U}(r) = h$$

Für $\frac{dr}{dt}$ ergibt sich also die Differentialgleichung

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{2(\mathcal{U}(r) + h) - \frac{c^2}{r^2}} = \sqrt{f(r)}$$

Um Θ zu bestimmen beachten wir, dass

$$\Theta = q_2$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_2} = \frac{p_2}{q_1^2} = \frac{c}{r^2} \text{ ist.}$$

Es ergibt sich hier also $c = r^2 \frac{d\Theta}{dt}$ d.h. die Flächengeschwindigkeit ist konstant.

Ist aus der Differentialgleichung r als Funktion von t ermittelt, so kann man diese Funktion in die Gleichung $\frac{d\Theta}{dt} = \frac{c}{r^2}$ einsetzen und erhält Θ durch Quadratur.

Kommt es nur auf die Bahnkurve an, so führt man r als unabhängige Variable ein und es ergibt sich $\frac{d\Theta}{dr} = \frac{c}{r^2\sqrt{f(r)}}$. Aus der Form von $f(r)$ ergeben sich also die speziellen Eigenschaften der Bahnkurve.

7. Aequivalenz der kanonischen Differentialgleichungen mit der Jacobi-Hamilton'schen partiellen Differentialgleichung.

Wie wir gesehen haben, führt eine Berührungstransformation di