die sofort als Integrale ergeben

$$q_\alpha = \mathrm{const} \qquad p_\alpha = \mathrm{const}$$

Zur Bestimmung dieser willkürlichen Funktion $\Omega$ dient die oben angegebene Gleichung

$$\mathcal{H}(x, y, t) + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0$$

Da $y_\alpha = \frac{\partial \Omega}{\partial x_\alpha}$ so ergibt sich für $\Omega$ die partielle Differentialgleichung, die die Hamilton-Jacobi'sche Differentialgleichung genannt wird :

$$\mathcal{H}\left(x_1 \cdots x_n \frac{\partial \Omega}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial \Omega}{\partial x_n} t\right) + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0.$$

wo $\Omega = \Omega\,(x_1, \ldots x_n\ q_1, \ldots q_n)$ außer von $x_1, \ldots x_n$ von n konstanten Parametern $q_\alpha$ abhängt.

Nach Lösung dieser Differentialgleichung ergibt sich durch die Transformationsformeln

$$x_\alpha = x_\alpha(t, q_1 \cdots q_n\ p_1 \cdots p_n)$$
$$y_\alpha = y_\alpha(t, q_1 \cdots q_n\ p_1 \cdots p_n)$$

Aus unserer Bestimmungsgleichung für $\Omega$:

$$\mathcal{H} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \equiv 0$$

folgt

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\mathcal{H}$$