

Ist nun $F \equiv 0$, wie wir angenommen haben, so ist unsere Behauptung bewiesen. Wir sehen jedoch, dass es garnicht nötig ist, $F \equiv 0$ anzunehmen, vielmehr genügt schon die Annahme, dass F nicht explizit x_α enthält, d.h. $\frac{\partial F}{\partial x_\alpha} = 0$.

Die Frage erhebt sich nun, ob sich nicht weitere Integrationsvereinfachung erzielen lässt, wenn Ω n oder weniger Konstanten enthält. Wir nehmen z.B. an, dass Ω noch eine Konstante C enthält, also

$$\mathcal{H}(x, \frac{\partial \Omega}{\partial x}, t) + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \equiv F(t, c)$$

Dann kann man ein weiteres Integral

$$\Phi(x_1, \dots, x_n, t)$$

des Systems angeben. Denn

$$\frac{\partial F}{\partial c} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t \partial c} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x_\alpha \partial c}$$

Für eine Lösung des Systems ist aber

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_\alpha} = \frac{dx_\alpha}{dt}$$

Demnach

$$\frac{\partial F}{\partial c} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial c} \right)$$

falls für x_α eine Lösung des Systems gesetzt wird. Setzen wir jetzt