

$$\{q'(r)\}^2 - 2[U(r) + W] - \frac{c^2}{r^2} \equiv f(r)$$

In  $\mathcal{Q}$  tritt also noch die Konstante  $c$  auf. Wir wählen  $\psi$  so, dass es noch zwei Parameter enthält; den Parameter  $c$  und den letzten noch freien Parameter  $q_3$ . Das ist möglich, denn wählen wir einen von 0 ausgehenden festen Vektor  $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3$  und nennen den Winkel zwischen diesem Vektor und dem Radiusvektor  $\Theta$ , so ist  $\Theta(x_1, x_2, x_3, \mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3)$  homogen von Dimension 0. Bilden wir den Gradienten von  $\Theta$ , so liegt dieser in der Ebene  $(\mathcal{J}, r)$  und steht senkrecht auf  $r$ , und zwar ist

$$\Theta_{x_1}^2 + \Theta_{x_2}^2 + \Theta_{x_3}^2 = (\text{grad } \Theta)^2 = \left(\frac{d\Theta}{ds}\right)^2$$

wenn  $s$  die Richtung des Gradienten bedeutet. Es ist aber  $r \frac{d\Theta}{ds} = 1$  und infolgedessen  $\text{Grad } \Theta = \frac{1}{r}$ . Wir setzen  $\psi = c \Theta$ , da dann  $(\text{Grad } \psi)^2 = c^2 (\text{Grad } \Theta)^2 = \frac{c^2}{r^2}$ , wie wir verlangt hatten.

Unsere Funktion  $\mathcal{J}$  selbst wird dann

$$\mathcal{J} = \int_r^r \sqrt{f(v)} dr + c \Theta(x_1, x_2, x_3, v)$$

Verfügen wir jetzt noch über die Lage des Vektors  $\mathcal{J}$ , indem wir vorschreiben, dass er in der positiven  $x_1$ -Achse den Winkel  $v$  bildet, so ist  $\Theta$  vollkommen bestimmt und damit über den letzten Parameter verfügt, nämlich  $q_3 = v$ .

Wir haben somit als die drei Parameter, von denen  $\mathcal{J}$  noch abhängt, erhalten  $q_1 = h$ ,  $q_2 = c$ ,  $q_3 = v$ .

Unsere allgemeinen Betrachtungen über das Integral  $\mathcal{J}$  der Hamil-