ton-Jacobi'schen Differentialgleichung führen für den Fall n = 3 zu 6 Integralgleichungen:

$$t - p_1 = \frac{\partial S}{\partial q_1} \qquad \gamma_1 = \frac{\partial S}{\partial x_1} \qquad q_1 = k$$
$$-p_2 = \frac{\partial S}{\partial q_2} \qquad \gamma_2 = \frac{\partial S}{\partial x_2} \qquad q_2 = c$$
$$-p_3 = \frac{\partial S}{\partial q_3} \qquad \gamma_3 = \frac{\partial S}{\partial x_3} \qquad q_3 = \vartheta$$

Um die rechten Seiten auswerten zu können, müssen wir die Differentialquotienten von Θ kennen, die sich am schnellsten aus dem vollständigen Differential $d\Theta$ bestimmen lassen. $d\Theta$ gewinnen wir durch kinematische Ueberlegungen, nachdem wir in O den Vektor c senkrecht auf der Ebene durch r und φ eingeführt haben, dessen Komponenten nach den drei Achsen sind

$c_1 = c \sin\varphi \sin\vartheta$

$c_2 = c \sin\varphi \cos\vartheta$

$c_3 = c \cos\varphi$

Jetzt ist die Aenderung von $d\vartheta$, die für $d\Theta$ in Betracht kommt, die Komponente von $d\vartheta$ in der c-Richtung, d.h. $\cos\varphi\, d\vartheta = \frac{c_3}{c}\, d\vartheta$. Variiere ich ϑ nicht, dagegen die Lage von $P(x_1\ x_2\ x_3)$, so muss ich von dem Drehvektor mit den Komponenten

$$\frac{1}{r^2}\begin{vmatrix} dx_2 & dx_3 \\ x_2 & x_3 \end{vmatrix} ; \quad \frac{1}{r^2}\begin{vmatrix} dx_3 & dx_1 \\ x_3 & x_1 \end{vmatrix} , \quad \frac{1}{r^2}\begin{vmatrix} dx_1 & dx_2 \\ x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

seine Komponente in der c-Richtung nehmen. Dies liefert als Beitrag zu $d\Theta$

$$-\frac{1}{cr^2}\begin{vmatrix} dx_1 & dx_2 & dx_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$